

Naam: ..... Collegekaart-nummer: .....

- Legitimatie verplicht. Geldige documenten zijn: geldig paspoort; geldige identiteitskaart; geldig Nederlands rijbewijs. Een collegekaart is géén geldig legitimatiebewijs tijdens een tentamen.
- Je mag tijdens de eerste 30 minuten de tentamenzaal niet verlaten.
- Op de tafel: legitimatie, tentamenvel, schrijfgerei, A4tje met aantekeningen, eten, drinken.
- Niet op de tafel: al het overige. (Eigen kladpapier, etui, dictaat, slides, elektronische apparatuur incl. smartphones, rekenmachine, mobiel.)
- Het gebruik van markeerstiften is niet toegestaan.
- Als je naar het toilet wilt, steek je je vinger op om een surveillant te waarschuwen. Hij of zij zal je toestemming geven om te gaan en met je meelopen naar het toilet. Toiletbezoek is niet toegestaan tijdens het eerste en het laatste halfuur van het tentamen. Redelijkerwijs gaat de surveillant er vanuit dat je hooguit éénmaal tijdens het tentamen het toilet bezoekt.
- Het is verboden een telefoon of vergelijkbare elektronische apparaten mee naar het toilet te nemen.
- Verplicht inleveren: alle antwoordbladen, ook als ze leeg zijn.
- Niet inleveren: de opgavenbladen.
- Nadat je de tentamenzaal hebt verlaten, is het niet toegestaan je op te houden in de gangen/hal direct buiten de tentamenzaal in verband met geluidsoverlast en toiletbezoek. Je volgt de instructies van de surveillant op.

## Meerkeuze antwoorden

- Bij elke vraag is steeds precies één antwoord het juiste. In enkele gevallen kunnen andere antwoorden “bijna juist” of “deels juist” zijn. In dergelijke gevallen geldt het beste antwoord.
- Antwoord in de daarvoor bestemde vakjes door een kruisje te plaatsen. Heb je je vergist, kras dan het kruisje door, en zet een kruisje in een ander vakje.
- Het is mogelijk om aan de surveillant een nieuw antwoordvel te vragen. Onze voorraad vellen is eindig, first come first serve.
- Omdat er verschillende versies van de opgaven bestaan, correspondeert de volgorde van de meerkeuzevragen opgaven niet altijd met de volgorde van de stof zoals die behandeld is in de colleges.
- Tip: sla tijdrovende vragen over en bekijk die later.

Succes!

	A	B	C	D
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				

	A	B	C	D
9.				
10.				
11.				
12.				
13.				
14.				
15.				
16.				

	A	B	C	D
17.				
18.				
19.				
20.				
21.				
22.				
23.				
24.				

Kladpapier.

## Meerkeuzevragen

1. (a)  $|\mathbb{R}| = \aleph_0$   
 (b)  $|\mathbb{R}| = \aleph_1$   
 (c)  $|\mathbb{R}| = \aleph_\omega$   
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

**Antwoord.**  $\aleph_0$  is de cardinaliteit van  $\mathbb{N}$ .  $\aleph_\omega$  bestaat, maar komen we eigenlijk nooit tegen.

2. Welke van de volgende beweringen zijn waar?
- i) De verzameling van alle C# programma's is aftelbaar.  
 ii) De verzameling van alle computerprogramma's in alle denkbare programmeertalen is aftelbaar.
- Beiden.  
 (b) Alleen i).  
 (c) Alleen ii).  
 (d) Geen van beiden.

**Antwoord.** De verzameling van alle computerprogramma's in alle denkbare programmeertalen is nog steeds bevat in de verzameling van alle eindige strings, en die laatste is nog steeds aftelbaar.

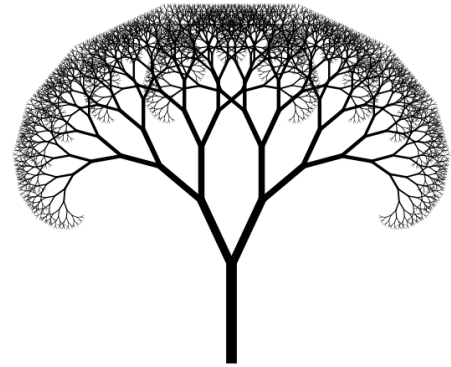
3. Wanneer gaat de these van Church-Turing niet meer op?
- (a) Als parallellisme is toegestaan.  
 (b) Bij interactieve toepassingen.  
 (c) Deze gaat altijd op.  
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

**Antwoord.** Uit de these van Church-Turing volgt niet dat alle programmeertalen even sterk zijn in toepassingen buiten

input  $\rightarrow$  verwerk  $\rightarrow$  output

berekeningen, zoals bijvoorbeeld interactieve of asynchrone toepassingen. Nagenoeg alle parallelle berekeningsmechanismen zijn nog wel Turing-compleet zolang de implementatie maar synchroon is, dat wil zeggen, volgens één vaste klok verloopt. (Zie verder Slide 41 van: "IAS 01 - Aftelbaarheid en Berekenbaarheid.ppt".)

4. Van onderstaande boom blijven takken steeds verder splitsen en overlappen takken elkaar niet. (Denk hem in 3D.)



Uit hoeveel lijnstukken is deze boom opgebouwd?

- (a) Eindig veel.  
 (b) Aftelbaar oneindig veel.  
 (c) Overaftelbaar oneindig veel.  
 (d) Dat is niet te zeggen, dat hangt van de vorm van de boom af.

**Antwoord.** Aftelbaar oneindig. Dit is het beste in te zien door de boom laag voor laag af te lopen. De boom begint met 1 lijnstuk. Die splitst, waardoor er 2 lijnstukken bijkomen. Elk van die twee lijnstukken splitst, waardoor er 4 bijkomen. Elke keer komt er een eindig aantal lijnstukken bij. Een aftelbare vereniging van eindige verzamelingen is aftelbaar oneindig.

Vraag 1: Ik zie dat over-aftelbaar niet goed is. Dit verbaast mij en ik denk dat dat komt omdat "lijnstuk" niet duidelijk uitgelegd is. In het tentamen van vorig jaar zal een soortgelijke vraag, waarbij over aftelbaar wel werd goedgekeurd.

Antwoord 1: Dit zijn twee verschillende vragen. Een lijnstuk een eindig stuk van een rechte lijn. Een tak is een aaneenschakeling van lijnstukken. Het begrip "lijnstuk" mag als bekend worden verondersteld.

Vraag 2: In het tentamen van vorig jaar heeft de boom (vraag 11) overaftelbaar oneindig veel takken. In het tentamen van vandaag heeft dezelfde boom (vraag 4) aftelbaar oneindig veel lijnstukken. Nu was ik er vanuit gegaan dat lijnstukken en takken hetzelfde inhielden. Waarom verschillen de antwoorden?

Antwoord 2: (4) en (11) zijn twee verschillende vragen. In takken worden lijnstukken meerdere malen geteld en krijg je over-aftelbaarheid.

5. Waardoor werkt de Gödelnummering van computerprogramma's?
- Dankzij uniciteit van ontbinding in priemgetallen.

- (b) Dankzij Gödel's eerste volledigheidstelling.
- (c) Dankzij Turing-compleetheid.
- (d) Dankzij Gödel's tweede volledigheidstelling.

**Antwoord.** Cf. Flake, Sectie 3.1., pp. 25-26: "Gödelization".

6. Flake bespreekt Kolmogorov-complexiteit als een maat voor de complexiteit van fractals en andere constructies. Zelf noemt hij deze maat overigens "algoritmische complexiteit" en verwijst in een voetnoot naar de officiële term "Kolmogorov-complexiteit". Welke fractal bezit de hoogste Kolmogorov-complexiteit?

- ✓ Een IFS met 1000 verschillende contractiefuncties.
- (b) Sierpinski's tapijt (volledig uitgeïtereerd).
- (c) De Mandelbrot set (volledig uitgeïtereerd).
- (d) De Hilbert curve (volledig uitgeïtereerd).

**Antwoord.** Het gaat om de maximale lengte van het kortste programmaatje dat nodig is om een bepaalde fractal te produceren. Sierpinski's tapijt, de Mandelbrot set en de Hilbert curve zijn allemaal met relatief redelijk korte programmaatjes te genereren. Echter, het is onmogelijk de informatie die is vervat in 1000 wezenlijk verschillende contracties in  $R^2$  te comprimeren tot een even kort programmaatje van vergelijkbare lengte. Immers, alle  $1000 \times (4 + 2) = 6000$  matrix entries moeten een plaats krijgen in dat programmaatje.

7. De Hausdorff dimensie van een vlakvullende kromme

- (a) ligt tussen de 0 en 2.
- (b) is gelijk aan 1.
- (c) ligt tussen de 1 en 2.
- ✓ is gelijk aan 2.

8. Welk type afbeelding kan NIET worden gebruikt in een IFS?

- (a) Schaling.
- (b) Rotatie.
- (c) Translatie.
- ✓ Het goede antwoord staat er niet bij.

9. Wat is een totalistische cellulaire automaat?

- (a) Een CA waarbij elke cel alle mogelijk toestanden kan en zal aannemen.

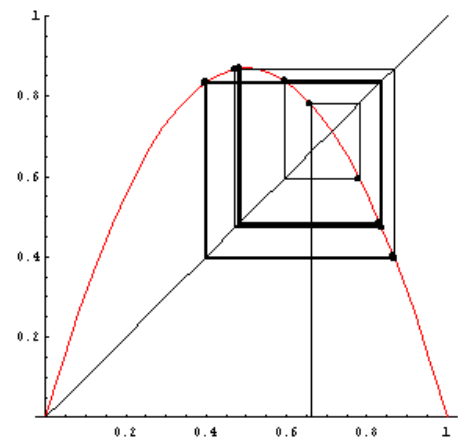
- (b) Een CA waarbij de toestand van een cel wordt bepaald door het totaal aantal toestanden dat de cel tot op dat moment heeft doorlopen.
- ✓ Een CA waarbij de volgende toestand van een cel wordt bepaald door de som van de toestanden van de cellen in zijn omgeving.
- (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

10. Uit hoeveel cellen bestaat een Von Neumann omgeving met straal 1 in 3D?

- ✓ 7.
- (b) 9.
- (c) 27.
- (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

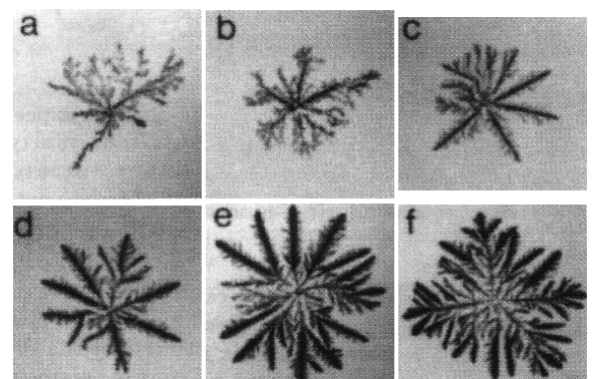
**Antwoord.** In een Von Neumann omgeving tellen alleen de burens die echt aan één zijde grenzen aan het middenvierkant (2D) of aan de middenkubus (3D). Met  $r = 1$  in 2D is dat vijf, met  $r = 1$  in 3D is dat zeven.

11. Van welke afbeelding zien we hier een spinnenwebdiagram? En met welke periode?



- ✓ De logistieke afbeelding met periode 4.
- (b) De logistieke afbeelding met periode 8.
- (c) De bifurcatievergelijking met periode 4.
- (d) De bifurcatievergelijking met periode 8.

12. Door welk proces ontstaat de volgende fractal?



- (a) ALD.
- ✓ DLA.
- (c) LAD.
- (d) LDA.

**Antwoord.** Ook wel: diffusion limited aggregation (Flake pp. 74-).

13. De radius van een 1-dimensionale cellulaire automaat met codering

$\underbrace{20202100110011 \dots 00120011100012}_{243}$

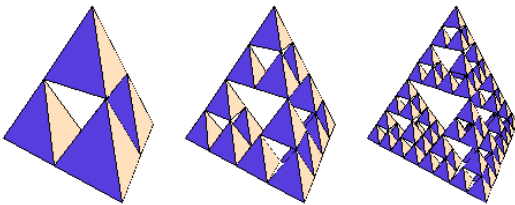
is gelijk aan

- (a) 2  
 (b) 3  
 (c) 5  
 (d) 4

**Antwoord.** Er zijn klaarblijkelijk drie toestanden:  $S = \{0, 1, 2\}$ . De lengte van de coderingsstring, in dit geval 243, is gelijk aan het aantal regels. Nu geldt:

$$\begin{aligned}
 \text{aantal regels} = K^{2R+1} &\Leftrightarrow 243 = 3^{2R+1} \\
 &\Leftrightarrow 2R + 1 = \log_3 243 \\
 &\Leftrightarrow 2R + 1 = 5 \\
 &\Leftrightarrow R = 2
 \end{aligned}$$

14. Van de Sierpinski tetraëder,



ook wel "tetrix" genoemd, zijn alle deel-tetraëders gevuld. De Hausdorff-dimensie van de limietconstructie is gelijk aan

- (a)  $\log(2)/\log(3)$   
 (b)  $\log(3)/\log(2)$   
 (c)  $\log(2)/\log(4)$   
 (d)  $\log(4)/\log(2)$

**Antwoord.** Per iteratie ontstaan ontstaan vier keer zoveel figuren, terwijl de zijde van elk zo'n figuur twee keer zo klein wordt. De Hausdorff-dimensie van de limietconstructie is gelijk aan

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{\log(\text{aantal gelijkvormige kopieën})}{\log(\text{verkleiningsfactor})} \\
 &= \log 4 / \log 2.
 \end{aligned}$$

15. Wat is GEEN eigenschap van chaotisch gedrag?

- (a) Het is non-deterministisch (= het is onbepaald in de tijd).  
 (b) Het is gevoelig voor perturbaties (= het is gevoelig voor kleine veranderingen in startwaarden).  
 (c) De verzameling periodieke punten ligt dicht in de toestandruimte.  
 (d) Het mixt (er is een punt dat, geïtereerd, dicht ligt in de toestandruimte).

16. Flocking vereist mechanismen voor:

- (a) Clearance, alignment en coherence.  
 (b) Separation, alignment en coherence.  
 (c) Separation, clearance, en coherence.  
 (d) Separation, clearance, en alignment.

17. Wolframs Class I-IV typeringen voor CA's:

- (a) Stabiel, semi-periodiek, chaotisch, complex.  
 (b) Stabiel, periodiek, semi-periodiek, complex.  
 (c) Stabiel, periodiek, semi-periodiek, chaotisch.  
 (d) Stabiel, periodiek, chaotisch, complex.

18. Wat hebben de magnetische pendule, het biljart van Bunimovich en Lorenz' waterwiel gemeen?

- (a) Het zijn computationeel omkeerbare systemen.  
 (b) Ze vertonen chaotisch gedrag.  
 (c) Ze zijn exemplarisch voor een mechanistisch-deterministisch wereldbeeld.  
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

19. Welke van de onderstaande afbeeldingen  $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$  is NIET chaotisch?

- (a)  $x \mapsto \text{frac}(x/2)$   
 (b)  $x \mapsto |2x - 1|$   
 (c)  $x \mapsto 1 - |2x - 1|$   
 (d)  $x \mapsto 4x(1 - x)$

Bijvoorbeeld  $\text{frac}(1.79) = 0.79$ .

**Antwoord.**  $x \mapsto 4x(1 - x)$  is de logistic map,  $x \mapsto \text{frac}(x/2)$  is de tent map,  $x \mapsto 1 - |2x - 1|$  is de dyadic map (bit shift map),  $x \mapsto |1 - 2x|$  is een functie die voor alle  $x_0 \in [0, 1]$  bij herhaalde toepassing convergeert naar 1.

20. Beschouw de volgende *incorrecte* definitie van een contractie:

Een contractie is een afbeelding  $f$  van een metrische ruimte  $X$  naar zichzelf, zodanig dat voor elk tweetal elementen  $x, y \in X$  geldt dat er een constante  $c < 1$  te vinden is, zó dat  $d(fx, fy) \leq c \cdot d(x, y)$ .

Deze definitie is incorrect om de volgende reden:

- (a) Een contractie is een *lineaire* afbeelding.
- ✓ De constante  $c$  mag niet afhangen van  $x$  en  $y$ .
- (c) Het “ $\leq$ ”-teken in  $d(fx, fy) \leq c \cdot d(x, y)$  moet worden vervangen door een “ $<$ ”-teken.
- (d) Om een andere reden.

**Antwoord.** De volgende definitie is correct:

Een contractie is een afbeelding  $f$  van een metrische ruimte  $X$  naar zichzelf, zodanig dat er een constante  $c < 1$  te vinden is, zodanig dat voor elk tweetal elementen  $x, y \in X$  geldt dat  $d(fx, fy) \leq c \cdot d(x, y)$ .

Merk op dat de frase “zodanig dat er een constante  $c < 1$  te vinden is” naar voren is geschoven.

Vraag 1: Ik heb voor C gekozen, omdat ik uit het tentamen van 2008-2009 had gezien dat er in de definitie ook een  $<$  stond en niet  $\leq$  en bij het antwoord daarvan was het omzetten van  $<$  naar  $\leq$  juist niet goed gerekend. Dan zou je zeggen dat er toen een fout in het tentamen zat, waar ik niet van af wist of dit nu juist niet klopt. Ik vroeg mij af welke van de twee nou klopt.

Antwoord 1: 2008-09 en 2016-17 zijn twee verschillende vragen. Verder maakt  $<$  of  $\leq$  niet uit. Het omzetten van de ongelijkheidstekens in het tentamen van 2008-09 was niet het goede antwoord omdat dit (dus) sowieso niet uitmaakt.

Vraag 2: In de slides staat  $0 \leq c < 1$ . Ik ben van mening dat dit een specifiekere fout is aan bovenstaande definitie en dat als de definitie  $0 \leq c < 1$  had bevat, deze wel als correct zou kunnen worden beschouwd. Vandaar dat ik voor D ben gegaan.

Antwoord 2: In de conditie  $0 \leq c < 1$  is de eis  $0 \leq c$  redundant. Immers,  $d(fx, fy) < cd(x, y)$  zal nooit gelden als  $c < 0$ , want afstanden zijn altijd niet-negatief. En  $d(fx, fy) \leq cd(x, y)$  met  $c < 0$  voor alle  $x$  en  $y$  zal alleen gelden als  $d(x, y) = 0$  voor alle  $x$  en  $y$ . In deze (triviale) metrische ruimte is  $f$  nog steeds een contractie.

21. (Termieten en houtsnippers.) Tien ballen worden verdeeld over vier vazen, zodanig dat geen enkele vaas leeg blijft. Vervolgens laten we telkens één bal overspringen van een vaas naar een willekeurige niet-lege vaas, mogelijk totdat er drie lege vazen overblijven. Dit is een Markov proces. Hoeveel klassen bezit dit Markov proces?

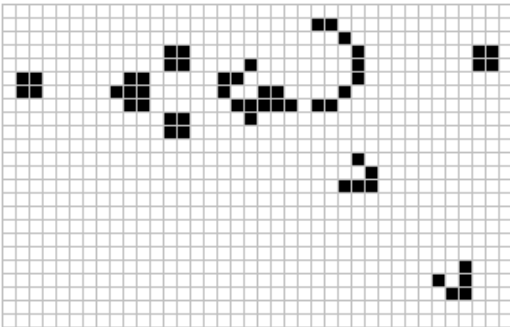
- ✓ 15  
 (b) 16  
 (c) 31  
 (d) 32

**Antwoord.** Een klasse correspondeert met een verzameling toestanden (ballenverdelingen) die probabilistisch in elkaar kunnen overgaan. Elke klasse wordt gevormd door een combinatie van volle en lege vazen ( $2^4$  mogelijkheden) terwijl tenminste één vaas niet leeg moet zijn. (De ballen moeten ergens blijven ...) Dus één klasse valt af. Dus  $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ .

22. Emergent gedrag kan als volgt worden omschreven.

- (a) Gedrag van een groep, dat niet herleidbaar is naar het gedrag van elk individu afzonderlijk.
- ✓ Gedrag van een groep, dat niet evident herleidbaar is naar het gedrag van elk individu.
- (c) De entropie van de groep daalt.
- (d) Uit de groep ontstaat de-centraal een vorm, rolverdeling, hiërarchie, of samenwerkingsverband.

23. Wat zien we hier?



- (a) Een niet-poort.
- (b) Een diode.
- ✓ Een glider gun.
- (d) Een oscillator (ook wel: klok).

**Antwoord.** Dit is Bill Gosper's glider gun, besproken tijdens het college over CA's.

24. In de context van cellulaire automaten is Langton's  $\lambda$  gedefinieerd als

- (a)  $K/N$ , waarbij  $K$  het aantal regels is dat op een nul-toestand afbeeldt.
- (b)  $K/N$ , waarbij  $K$  het aantal regels is met een nul-toestand in de antecedent.
- ✓  $(N - K)/N$ , waarbij  $K$  het aantal regels is dat op een nul-toestand afbeeldt.
- (d)  $(N - K)/N$ , waarbij  $K$  het aantal regels is met een nul-toestand in de antecedent.

**Antwoord.** Flake, Sec. 15.3, pp 242-245.

Einde.

Vanuit de opleidingscommissie van KI worden tussenevaluaties van alle KI-vakken gehouden om het onderwijs al gedurende vakken te kunnen verbeteren op kleine punten. Dit wordt gedaan aan de hand van 5 vragen in een Google formulier. Zou je dit formulier willen invullen? Bedankt namens de OC en de docent.

Hier de link: <https://goo.gl/forms/59MuSo0d034YPrgB2>. De link staat ook op de site <http://www.cs.uu.nl/docs/vakken/ias/>.



Nog meer kladpapier.