

Naam: Collegekaart-nummer:

- Legitimatie verplicht. Geldige documenten zijn: geldig paspoort; geldige identiteitskaart; geldig Nederlands rijbewijs. Een collegekaart is géén geldig legitimatiebewijs tijdens een tentamen.
- Je mag tijdens de eerste 30 minuten de tentamenzaal niet verlaten.
- Op de tafel: legitimatie, tentamenvel, schrijfgerei, A4tje met aantekeningen, eten, drinken.
- Niet op de tafel: al het overige. (Eigen kladpapier, etui, dictaat, slides, elektronische apparatuur incl. smartphones, rekenmachine, mobiel.)
- Het gebruik van markeerstiften is niet toegestaan.
- Als je naar het toilet wilt, steek je je vinger op om een surveillant te waarschuwen. Hij of zij zal je toestemming geven om te gaan en met je meelopen naar het toilet. Toiletbezoek is niet toegestaan tijdens het eerste en het laatste halfuur van het tentamen. Redelijkerwijs gaat de surveillant er vanuit dat je hooguit éénmaal tijdens het tentamen het toilet bezoekt.
- Het is verboden een telefoon of vergelijkbare elektronische apparaten mee naar het toilet te nemen.
- Verplicht inleveren: alle antwoordbladen, ook als ze leeg zijn.
- Niet inleveren: de opgavenbladen.
- Nadat je de tentamenzaal hebt verlaten, is het niet toegestaan je op te houden in de gangen/hal direct buiten de tentamenzaal in verband met geluidsoverlast en toiletbezoek. Je volgt de instructies van de surveillant op.

Vandaag wordt een extra practicum georganiseerd door Jasper en Stan. Vanaf 13:00 uur ben je welkom in Buys-Ballot 109, 112 en 115.

Meerkeuze antwoorden

- Bij elke vraag is steeds precies één antwoord het juiste. In enkele gevallen kunnen andere antwoorden “bijna juist” of “deels juist” zijn. In dergelijke gevallen geldt het beste antwoord.
- Antwoord in de daarvoor bestemde vakjes door een kruisje te plaatsen. Heb je je vergist, kras dan het kruisje door, en zet een kruisje in een ander vakje.
- Het is mogelijk om aan de surveillant een nieuw antwoordvel te vragen. Onze voorraad vellen is eindig, first come first serve.
- Omdat er verschillende versies van de opgaven bestaan, correspondeert de volgorde van de meerkeuzevragen opgaven niet altijd met de volgorde van de stof zoals die behandeld is in de colleges.
- Tip: sla tijdrovende vragen over en bekijk die later.

Succes!

	A	B	C	D
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				

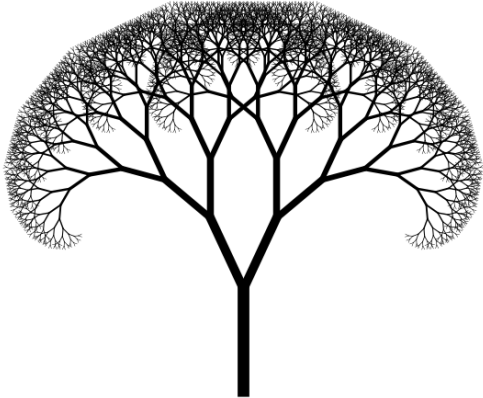
	A	B	C	D
9.				
10.				
11.				
12.				
13.				
14.				
15.				
16.				

	A	B	C	D
17.				
18.				
19.				
20.				
21.				
22.				
23.				
24.				

Kladpapier.

Meerkeuzevragen

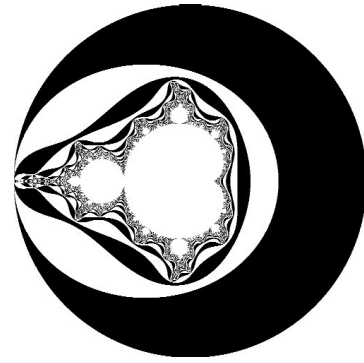
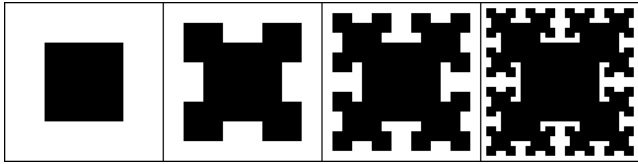
1. De verzameling $[0, 1]$ bezit $[\dots]$ elementen als/dan de verzameling \mathbb{R} .
 - (a) minder
 - (b) evenveel
 - (c) meer
 - (d) Het goede antwoord staat er niet bij.
2. Welke uitspraak is **niet** waar.
 - (a) Elk Gödelnummer representeert een string.
 - (b) Elke string bezit een Gödelnummer.
 - (c) Elke string bezit meerdere Gödelnummers.
 - (d) Het goede antwoord staat er niet bij.
3. Welke van de volgende verzamelingen is aftelbaar?
 - (a) De verzameling van alle deelverzamelingen van \mathbb{N} .
 - (b) De verzameling van alle mogelijk denkbare computerprogramma's die gevormd kunnen worden op basis van alle tekens die gevormd kunnen worden op een 128×64 dot matrix display.
 - (c) De verzameling van alle oneindige bit strings.
 - (d) Het goede antwoord staat er niet bij.
4. Stel $X \subset \mathbb{N}$ en $\mathbb{N} \setminus X$ zijn opsombaar. Is lidmaatschap in X beslisbaar?
 - (a) Ja: om te beslissen of $x \in X$ kan de uitvoering van de programma's p en q die resp. X en $\mathbb{N} \setminus X$ opsommen worden afgewisseld.
 - (b) Ja: om te beslissen of $x \in X$ kunnen de programma's p en q om beurten een getal afdrukken.
 - (c) Nee: de programma's p en q die resp. X en $\mathbb{N} \setminus X$ opsommen kunnen op zichzelf niet worden gebruikt om beslisbaarheid aan te tonen.
 - (d) Nee: beslisbaarheid is een eigenschap van verzamelingen, en niet van elementen van verzamelingen.
5. De Church-Turing thesis is een
 - (a) feit.
 - (b) stelling.
 - (c) gevolg.
 - (d) aanname.
6. Laat A een complementair opsombare verzameling getallen zijn. Er bestaat een programma, π , die ...
 - (a) ... ten hoogste alle elementen uit A niet kan afdrukken.
 - (b) ... ten hoogste alle elementen buiten A kan afdrukken.
 - (c) ... precies alle elementen uit A niet kan afdrukken.
 - (d) ... precies alle elementen buiten A kan afdrukken.
7. Welke van de volgende uitspraken is **niet** waar?
 - (a) \mathbb{N} bevat aftelbaar veel complementair opsombare verzamelingen.
 - (b) \mathbb{N} bevat evenveel opsombare als complementair opsombare verzamelingen.
 - (c) \mathbb{N} bevat overaftelbaar veel (complementair-) opsombare verzamelingen.
 - (d) \mathbb{N} bevat overaftelbaar veel verzamelingen die opsombaar noch complementair opsombaar zijn.
8. Hoeveel van de onderstaande problemen zijn onbeslisbaar?
 - i)* Het inputloze stop-probleem.
 - ii)* Het universele viruschecker probleem.
 - iii)* Het programma-equivalentie probleem.
 - (a) 0.
 - (b) 1.
 - (c) 2.
 - (d) 3.
9. Welke van de volgende berekeningsmechanismen is **niet** Turing-compleet?
 - (a) Multiple reduction copy machine (MRCM).
 - (b) Conway's game of life (2-dimensionale CA).
 - (c) Rule 110 (1-dimensionale CA).
 - (d) Langton's ant.
10. Welke bewering is **niet** waar?
 - (a) De verzameling van alle opsombare deelverzamelingen van \mathbb{N} is aftelbaar.
 - (b) Als een verzameling opsombaar is dan is z'n complement dat ook.
 - (c) Opsombaarheid en semi-beslisbaarheid komen op hetzelfde neer.
 - (d) Van de meeste deelverzamelingen van \mathbb{N} is lidmaatschap onbeslisbaar.
11. Van onderstaande boom blijven takken steeds verder splitsen en overlappen takken elkaar niet. (Denk hem in 3D.)



Hoeveel takken bezit deze boom?

 - (a) Eindig veel.
 - (b) Aftelbaar veel.
 - (c) Aftelbaar oneindig veel.
 - (d) Overaftelbaar oneindig veel.

12. Van de onderstaande fractal is de som van de oppervlakte van de vier kindervierkantjes gelijk aan oppervlakte van een ouder-vierkant, overlap niet meegerekend.



De dimensie van de rand van deze fractal is gelijk aan

- (a) $\log 2 / \log 4 = 0.5$.
 (b) $\log 2 / \log 3 \approx 0.6310$.
 (c) $\log 3 / \log 2 \approx 1.5849$.
 (d) $\log 4 / \log 2 = 2$.
13. Beschouw een cellulaire automaat met 9 cellen die elk 2 verschillende toestanden kunnen aannemen. Bij aanvang wordt de automaat in een specifieke toestand gebracht. Na 1000 iteraties blijkt de toestandruimte (ook wel: globale configuratie) na elke iteratie nog steeds te veranderen en wordt het experiment gestopt. Wat is de sterkste conclusie die getrokken kan worden?

- (a) Geen enkele conclusie.
 (b) De automaat convergeert niet.
 (c) De automaat is beland in een cyclus.
 (d) De automaat vertoont chaotisch gedrag.

14. Volgens een stelling van van de Finse wiskundige/informaticus Jarkko Kari bezit elke CA tenminste één globale configuratie C met de volgende eigenschap.

- (a) C komt oneindig vaak terug.
 (b) Een deel van C komt oneindig vaak terug.
 (c) Een steeds groter deel van C komt oneindig vaak terug.
 (d) De automaat convergeert naar een steeds groter deel van C .

15. Welke geometrische oppervlakken bieden in vergelijking met een rechthoek, een tweemaal zo grote oppervlakte ten behoeve van de toestandruimte van een CA omdat er geen sprake is van een voor- en achterkant?

- i)* Torus
ii) Möbius band
iii) Fles van Klein
iv) Projectief vlak

- (a) Alleen *i)* en *ii)*.
 (b) Alleen *ii)* en *iii)*.
 (c) Alleen *iii)* en *iv)*.
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

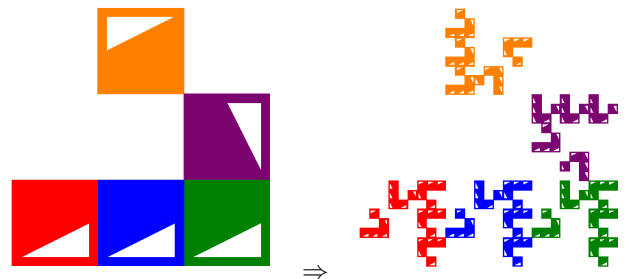
16. Onderstaande figuur

verbeeldt het volgende: tel het aantal iteraties van de functie $z \mapsto z^2 + c$ met constante c op startwaarde ...

- (a) ... $z_0 = 0$ totdat $|z| \geq 2$. Als dit aantal oneven is, wordt c wit gekleurd, anders zwart.
 (b) ... z_0 totdat $|z| \geq 2$. Als dit aantal oneven is, wordt z_0 wit gekleurd, anders zwart.
 (c) ... $z_0 = 0$ totdat $|z| \geq 2$. Als dit aantal oneven is, wordt c zwart gekleurd, anders wit.
 (d) ... z_0 totdat $|z| \geq 2$. Als dit aantal oneven is, wordt z_0 zwart gekleurd, anders wit.

Hint: antwoorden 16a en 16b verschillen in het variëren op c respectievelijk z_0 . De laatste twee antwoorden zijn gelijk aan de eerste twee antwoorden met de kleuren omgedraaid.

17. Nieuwe inzichten ontstaan door schijnbaar ongerelateerde zaken met elkaar te verbinden. Laten we een fractal maken van een glider in Conway's life:



De (Hausdorff-) dimensie van deze fractal is gelijk aan:

- (a) $\log(3) / \log(5)$
 (b) $\log(5) / \log(3)$
 (c) Valt niet te zeggen, want het referentiekader ontbreekt.
 (d) Valt niet te zeggen, want de verkleiningsfactor is niet gespecificeerd.

18. Beschouw een rechthoek waarvan de randen geïdentificeerd zijn tot het oppervlak van een torus. Er wordt een turtle op dit oppervlak gezet zó dat deze een hoek van 30° maakt met beide identificatie-randen. (Merk op dat de richtingscoëfficiënt die de turtle maakt met beide identificatie-randen daardoor niet rationaal is.) Vervolgens beweegt deze turtle steeds maar in dezelfde richting. Deze beweging is

- (a) Stabiel.
 (b) Periodiek.
 (c) Quasi-periodiek.
 (d) Chaotisch.

19. Wat zijn kenmerken van chaotisch gedrag?

- i)* Deterministisch.
- ii)* Quasi-periodiek.
- iii)* Mixing (er is een punt dat, geïtereerd, dicht ligt in de toestandruimte).

(a) *i)* en *ii)*.

(b) *i)* en *iii)*.

(c) *ii)* en *iii)*.

(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

20. Hoeveel van de volgende systemen vertonen chaotisch gedrag?

- i)* De wrijvingsloze pendule (bewegend in een plat vlak).
- ii)* De pendule (met wrijving, bewegend in een plat vlak).
- iii)* De magnetische pendule (bewegend in of langs een sferische kap).¹

(a) 0

(b) 1

(c) 2

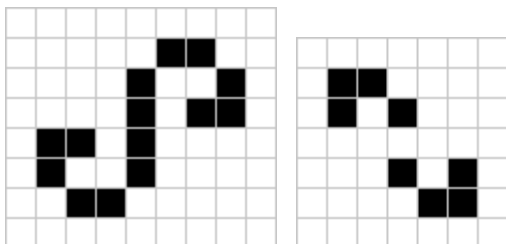
(d) 3

21. Wat is een “strange attractor”?

- (a) Een verzameling punten waar een systeem op een onverklaarbare manier altijd naar toe beweegt, hoe de beginwaarden van dat systeem ook zijn.
- (b) Een niet-triviaal geometrisch figuur waar een systeem altijd naar toe beweegt, hoe de beginwaarden van dat systeem ook zijn.
- (c) Een dynamische bifurcatie in een systeem van gekoppelde differentievergelijkingen.
- (d) Een non-deterministische bifurcatie in een systeem van gekoppelde differentievergelijkingen.

22. Welke van de volgende beweringen zijn waar?

- i)* De linkerfiguur is stabiel.
- ii)* De rechterfiguur is een oscillator.



(a) Geen van beiden.

(b) Alleen *i)*.

(c) Alleen *ii)*.

(d) Zowel *i)* als *ii)*.

Hint: tel slim. Neem de figuur over, schrijf het aantal burens in een vakje en let op symmetrie.

23. Een bal rolt in een biljart van $4 \times 3\text{m}^2$ en volgt normale fysieke wetten, behalve dat de bal niet door wrijving wordt afgeremd. Het biljart bezit ronde dan wel rechte binnenhoeken. Door een stoot van de keu begint de bal te rollen met een bepaalde richtingscoëfficiënt t.o.v. de lange zijde van het biljart.

i) Rechte binnenhoeken, rationale richtingscoëfficiënt.

ii) Ronde binnenhoeken, rationale richtingscoëfficiënt.

iii) Rechte binnenhoeken, irrationale richtingscoëfficiënt.

Het gedrag onder *i)*, *ii)* en *iii)* is respectievelijk:

(a) periodiek, semi-periodiek, chaotisch.

(b) periodiek, chaotisch, semi-periodiek.

(c) semi-periodiek, semi-periodiek, chaotisch.

(d) semi-periodiek, chaotisch, semi-periodiek.

Beschouw de (standaard) logistieke rij

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n),$$

waarbij de startwaarde x_0 gekozen wordt uit $[0, 1]$, $x_n \in [0, 1]$ en $r \in [0, 4]$ constant.

Welke van de volgende beweringen zijn waar?

- 24. *i)* Voor elke $K \in \mathbb{N}$ bestaan er één of meer waarden van r , zo dat voor alle startwaarden $0 < x_0 < 1$ de logistieke rij periode K heeft. (Hint: bifurcatiediagram.)
- ii)* Er bestaan er één of meer waarden van r zo dat voor elke $K \in \mathbb{N}$ een startwaarde $0 < x_0 < 1$ bestaat, zo dat de logistieke rij periode K heeft. (Hint: chaos.)

(a) Geen enkele.

(b) Alleen *i)*.

(c) Alleen *ii)*.

(d) Beiden.

Einde.

¹ Snij een kapje van een sinaasappel af. Eet uit dit kapje het vruchtvlies op. Wat je overhoudt is een stuk schil in de vorm van een sferische kap.

Nog meer kladpapier.