

Inleiding Adaptieve Systemen

Omdat er afgelopen vrijdag een probleem was met de zaalruimte is de deadline van de eerste practicumopdracht verschoven naar 7 juni. Je kunt er op de sessie van 6 juni dus nog vragen over stellen.

deel 1, 28 mei 2014, 13.30-16.30, v. 1

Berekenbaarheid

1. Met het diagonaalargument kun je bewijzen
 - (a) dat de vereniging van twee aftelbare verzamelingen ook aftelbaar is
 - (b) dat het cartesisch product van twee aftelbare verzamelingen ook aftelbaar is
 - (c) dat de verzameling van breuken niet aftelbaar is
 - (d) • dat de verzameling van reële getallen niet aftelbaar is
2. Van een while-statement in een Java-programma is het
 - (a) altijd mogelijk te voorspellen of hij stopt
 - (b) • soms mogelijk te voorspellen of hij stopt
 - (c) nooit mogelijk te voorspellen of hij stopt
 - (d) alleen mogelijk te voorspellen of hij stopt als Java Turing-compleet is

★ antwoord: Het is in het algemeen niet mogelijk om te voorspellen of een while-opdracht stopt (dit is het halting-probleem), maar in sommige gevallen is dat natuurlijk wel gemakkelijk te zien, bijvoorbeeld in `while(true){}`.

Fractals

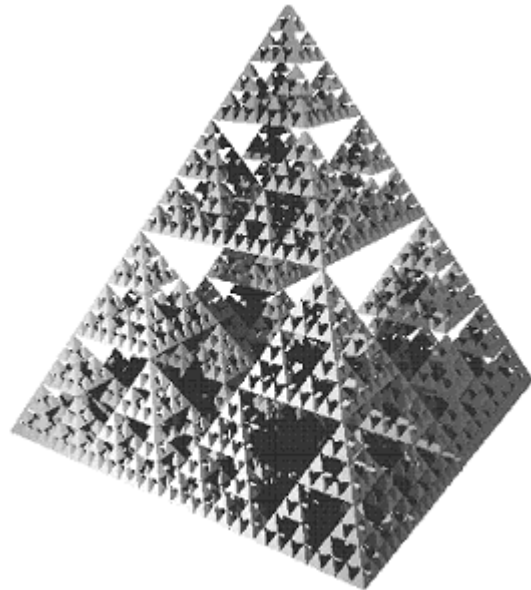
3. Welke affine lineaire transformatie op R^n kan *niet* met een $n \times n$ matrix worden beschreven?

- (a) schaling
- (b) rotatie
- (c) • translatie
- (d) spiegeling

4. De overeenkomst tussen de Mandebrotfiguur en het bifurcatiediagram van de logistische afbeelding is:

- (a) Ze tonen allebei het divergentiegebied van een complexe iteratie
- (b) Ze zijn allebei recursief gedefinieerd
- (c) • Ze zijn allebei self-similar
- (d) Ze zijn allebei niet begrensd

5. Dit is de ruimtelijke Sierpinski Gasket:



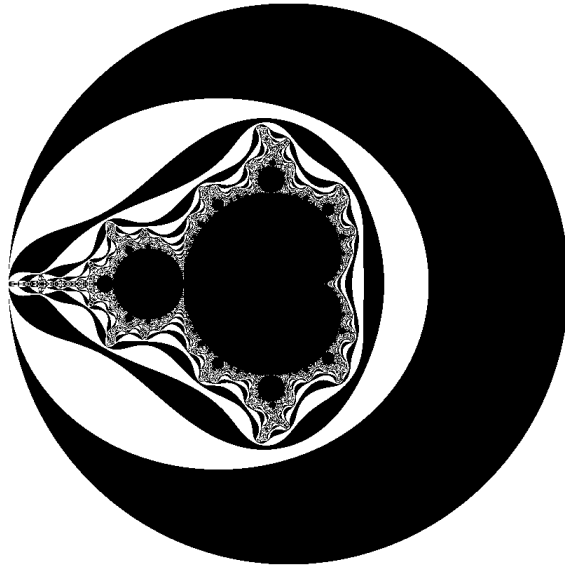
De Hausdorff-dimensie van deze fractal is gelijk aan

- (a) • $\log(5) / \log(2)$
- (b) $\log(4) / \log(2)$
- (c) $\log(4) / \log(3)$
- (d) $\log(3) / \log(2)$

6. (*open vraag*) Bestudering van de complexe functie

$$f : z \mapsto z^2 + c$$

geeft aanleiding tot de Mandelbrot-figuur. In onderstaande figuur is behalve de eigenlijke Mandelbrot-verzameling nog meer detail aangegeven met zwarte en witte banden:



Beschrijf welke punten in de afbeelding zwart zijn gekleurd.

★ antwoord: Tel het aantal iteraties van f op startwaarde $z = 0$, totdat $z \geq 2$. Als dit aantal oneven of oneindig is, wordt het punt corresponderend met c zwart gekleurd.

Cellulaire automaten

7. In cellulaire automaten, zoals Conway's Game of Life, wordt vaak de bovenrand van een grid met de onderrand geïdentificeerd, en de linkerrand met de rechterrind. In feite is de wereld dan een

- (a) bol
- (b) • torus
- (c) Klein-bottle
- (d) fysiek onmogelijke oppervlakte

8. Je kunt aantonen dat Conway's Game of Life Turing-compleet is door

- (a) • met 'glider-guns' en dergelijke de elementaire schakelingen van een computer te simuleren
- (b) op een oneindig grid de tape van een Turing-machine te simuleren
- (c) gebruik te maken van het feit dat het aantal toestanden van bijvoorbeeld een 100×100 grid met $2^{100 \times 100}$ weliswaar heel groot, maar toch eindig is
- (d) de equivalentie van Conway's regels met die van een bepaalde context-vrije grammatica te laten zien

Evolutionaire algoritmen en genetisch programmeren

9. Evalueer de volgende S-expressies in Common Lisp.

- (i) `(eval '(* 1 (- 2 3)))`
- (ii) `(eval (* '1 (- 2 3)))`
- (iii) `(* 1 (- 2 3))`
- (iv) `(eval (* 1 (- 2 3)))`

Welke uitspraak is waar ?

- (a) • We krijgen 4 keer hetzelfde resultaat
- (b) (i) en (iv) geven verschillend resultaat
- (c) Alleen (ii) geeft een error
- (d) (ii) en (iv) geven een error

★ antwoord: Raar maar waar: in Common Lisp kun je ook met gequote constanten rekenen, dus (ii) is geen error, maar er komt gewoon -1 uit. In (i) maakt de `eval` de quote ongedaan, en wordt de expressie daarna uitgerekend tot waarde -1 . In (iv) berekend `eval` al die waarde -1 , de extra evaluatie door de interpreter verandert daar niets meer aan.

10. Beschouw de volgende grammatica voor het genereren van rekenkundige expressies:

```

<expr> ::= ( <expr> <op> <expr> )
          | <atom>
<op>    ::= + | - | * | /
<atom>  ::= <var> | <num>
<var>   ::= x | y | z
<num>   ::= 0 | 1 | 2 | 3

```

dus gemakkelijk worden gemanipuleerd (gekruist, gemuteerd) en daarna weer worden geëvalueerd.

Co-evolutie

We gebruiken de codering van Dempsey met een codon-lengte van 2 bits. Welke expressie wordt beschreven door de binaire string 1011001011110111 ?

- (a) $3 + x$
- (b) $z + x$
- (c) $\bullet z / 3$
- (d) geen van deze drie expressies

11. We kruisen de volgende S-expressies met elkaar: $(* (+ 1 2) 3)$ en $(- 5 (* 1 2))$

Hoeveel verschillende(!) S-expressies kunnen we genereren ?

In het oorspronkelijke tentamen waren hier de mogelijkheden 25, 24, 22 en 20 gegeven. Het goede antwoord zat daar echter niet bij.

★ antwoord: 44. Elke expressie heeft 5 deexpressies (inclusief de root), die in principe allemaal uitgewisseld kunnen worden. Elk van deze 25 kruisingen genereert 2 nieuwe expressies. Het verwisselen van de 1-waarden en het verwisselen van de 2-waarden geeft echter dezelfde resultaten als het verwisselen van de roots, dus er vervallen twee setjes. Bovendien geeft het verwisselen van de linker 1 met de rechter root een oplossing (1) die hetzelfde is als het verwisselen van de rechter 1 met de linker root, dus hier vervalt nog een oplossing. Evenzo voor 2. Dus totaal $5 \times 5 - 2 - 2 - 1 - 1 = 44$.

12. (*open vraag*) Waarom is Lisp zo'n geschikte programmeertaal voor Genetisch Programmeren?

★ antwoord: Lisp-programma's zijn zelf datastructuren (S-expressies), en kunnen

13. Veronderstel dat we de MIN-d score gebruiken in het co-evolutionair model van Watsson en Pollack. We beschouwen drie 2-dimensionale punten: $x = (2, 5)$, $y = (3, 3)$ en $z = (1, 4)$. Welke uitspraak is waar ?

- (a) x domineert z , en x domineert y .
- (b) $\bullet y$ domineert x , en z domineert y .
- (c) y domineert x , en y domineert z .
- (d) geen van deze drie uitspraken is waar.

★ antwoord: Volgens MIN-d moet je kijken naar wie de grootste is in de dimensie waarin de punten het minst verschillen. De punten x en y verschillen het minst in de eerste coördinaat, en daar is y de grootste. De punten y en z verschillen het minst in de tweede coördinaat, en daar is z de grootste. De punten x en z verschillen even weinig in beide coördinaten, en in beide gevallen is z de grootste.

14. Om de populatie te initialiseren voor een Genetic Programming probleem gebruiken we de groeimethode met $D_{max} = 4$. Hoe ziet de initiële populatie er uit:

- (a) Alle bomen zijn 4 lagen diep.
- (b) Alle takken in de bomen zijn 4 lagen diep.
- (c) De helft van de bomen zijn 4 lagen diep.
- (d) \bullet Geen van deze drie opties

★ antwoord: Bij de groeimethode hebben takken in de beginpopulatie maximaal

diepte 4, maar minder kan ook.

15. We hebben een populatie met vijf oplossingen waarvan drie verschillende oplossingen S1, S2, en S3.

S1 heeft fitness 1 en komt 2 keer voor;
S2 heeft fitness 2 en komt 2 keer voor;
S3 heeft fitness 3 en komt 1 keer voor in de populatie.

We selecteren de mating pool met fitness-proportionele selectie. Wat is het wiskundig verwachte aantal kopieën van de drie oplossingen ?

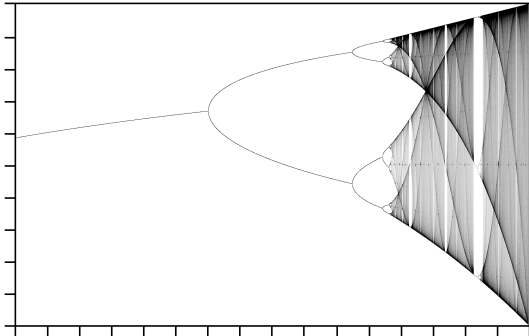
- (a) S1: 5/6; S2: 10/6; S3: 15/6
- (b) S1: 10/6; S2: 20/6; S3: 15/6
- (c) • S1: 10/9; S2: 20/9; S3: 15/9
- (d) S1: 10/12; S2: 20/12; S3: 30/12

Chaos

16. (*open vraag*) De logistische afbeelding

$$X_{t+1} = 4rX_t(1 - X_t)$$

geeft aanleiding tot het volgende bifurcatiediagram:



Beschrijf hoe dit diagram geïnterpreteerd moet worden: wat is de betekenis van de

horizontale as, en wat kan er dan verticaal worden afgelezen? (Je hoeft niet de verschillende zones in het plaatje allemaal toe te lichten).

★ antwoord: Op de horizontale as staat de waarde van r . Verticaal kun je dan aflezen wat in de limiet voor t naar oneindig de waarde is of kan zijn.

17. Feigenbaum's constante is
- (a) • de limiet van het quotient van de afstanden tussen twee opeenvolgende bifurcatiepunten
 - (b) de limiet van het verschil van de afstanden tussen twee opeenvolgende bifurcatiepunten
 - (c) de limiet van het verschil van de waarden bij twee opeenvolgende bifurcatiepunten
 - (d) de plaats waar het aantal bifurcaties naar oneindig gaat (en waarboven chaos ontstaat)
18. Het *shadow-lemma* zegt dat de voorspelling van een chaotisch systeem
- (a) uiteindelijk ver afwijkt van de werkelijkheid met dezelfde beginwaarde
 - (b) periodiek is (met zeer grote periode), terwijl de werkelijkheid dat niet is
 - (c) bij een groot genoeg reken-precisie dicht bij de werkelijkheid kan blijven
 - (d) • dicht bij de werkelijkheid komt van een andere beginwaarde

★ antwoord: Meer rekenprecisie helpt niet: bij elke iteratie verlies je een bit, dus de chaos treedt toch al snel weer in. Het shadow-lemma zegt dat de voorspelling dan wel niet klopt, maar er toch plausibel uitziet: er bestaat een werkelijkheid (met een andere beginwaarde) die er zo dicht bijkomt als je wilt.

19. Beschouw de gegeneraliseerde Lotka-Volterra vergelijking voor de ontwikkeling van n wederzijds afhankelijke groepen (predator, prooi enz.):

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \left(\sum_{j=1}^n A_{ij}(1 - x_j) \right)$$

waarbij A_{ij} regelparameters zijn.

Dit systeem kan, voor bepaalde waarden van A_{ij}

- (a) nooit chaotisch gedrag vertonen, dat kan alleen bij discrete vergelijkingen
- (b) chaotisch gedrag vertonen voor alle $n \geq 1$
- (c) chaotisch gedrag vertonen voor alle $n \geq 2$
- (d) • chaotisch gedrag vertonen voor alle $n \geq 3$

★ antwoord: Ook continue systemen kunnen chaotisch gedrag vertonen, maar dan moet wel $n \geq 3$ zodat er in het continue fase-diagram de ruimte is om uit een cyclisch proces te springen.

Emergent gedrag

20. Welke van de volgende principes werden door Reynolds (1987) gebruikt om het gedrag van een zwerm vogels te modelleren?
- 1 beweeg in de richting van het midden van de zwerm
 - 2 neem de gemiddelde snelheid en richting van burens over
 - 3 beweeg opzij als het zicht wordt belemmerd
 - 4 versnel/vertraag als er genoeg/te weinig ruimte is
 - 5 beweeg weg van burens die te dichtbij zijn
- (a) 1, 2 en 3
 - (b) • 1, 2 en 5
 - (c) 1, 3 en 4
 - (d) 3, 4 en 5