

Dit tentamen duurt drie uur en telt 24 meerkeuzevragen. Bij elke meerkeuzevraag is steeds precies één antwoord het juiste. Wel kunnen andere antwoorden “bijna juist” of “deels juist” zijn. Mochten er meerdere goede antwoorden zijn, dan geldt het beste antwoord. Omdat er verschillende versies van de opgaven bestaan, correspondeert de volgorde van de opgaven niet altijd met de volgorde van de stof zoals die behandeld is in de colleges. Per onderdeel kunnen twee punten worden verdient. $Cijfer = \min\{40, punten\}/4$. Met vier fouten is het dus nog mogelijk een 10 te halen.

Het is absoluut verboden literatuur, aantekeningen, een programmeerbare rekenmachine, of een telefoon te gebruiken. Het gebruik van een eenvoudige rekenmachine is toegestaan. Veel succes!

1. The Computational Beauty of Nature. Zowel op de site van het boek als in het boek zelf vermeldt Flake dat zijn betoog herhaaldelijk terugrijpt op drie ideeën. (“*Basically, there are three key ideas that keep reappearing throughout the book.*”).

- ✓ – Het geheel is groter dan de som der delen.
 - Het meest interessante spul zit in het midden.
 - Wetenschap is gedoemd tot onzekerheid—maar dat is goed.
- (b) – Complexe entiteiten kunnen altijd herleid worden tot fundamentele entiteiten.
 - De werkelijkheid kan uitsluitend door fysische eigenschappen beschreven worden.
 - Wetenschap is gedoemd tot chaos—maar dat is goed.
- (c) – Eigenschappen horen niet wezenlijk tot de systemen zelf: ze zijn verzonnen door mensen.
 - Zelf-organiserende systemen vertonen emergent gedrag.
 - Wetenschap is nooit af—maar dat is goed.
- (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

★ Deze vraag is overgenomen uit de eerste inleveropgave. Van de site:

“*Basically, there are three key ideas that keep reappearing throughout the book. Each idea is relatively simple in principle, but all three must be presented within the context of the entire book in order to be appreciated since all of them make some reference to the contents of the five book parts: computation, fractals, chaos, complex systems, and adaptation.*

Taken in order, these three ideas roughly build on one another, so it helps to consider them in the following order:

- (a) **The whole is greater than the sum of the parts.** *By this I mean that the topics of computation, fractals, chaos, complex systems, and adaptation are far more interesting considered together than by themselves. Each of the topics is related to the others in a non-trivial way; moreover, each can be seen as the result of a few simple principles such as recursion, parallelism, and nonlinearity.*
- (b) **The interesting stuff is in the middle.** *“Beauty,” i.e., that which makes something interesting, is related to a mixture of regularity and irregularity. When things are too regular, we usually find them to be uninteresting because they yield no surprises for us. Complementary to this, highly irregular things are often uninteresting because they make no sense. In the middle, between regularity and irregularity, lies a place where things can be understood, but not completely.*
- (c) **Science is doomed to uncertainty—but this is a good thing.** *The interesting things mentioned above are often found to have computationally profound qualities. For instance, even if you had a perfect model or theory of how something worked, chances are that it would still be impossible to perfectly predict the future of that which you have modeled. A related result guarantees just the opposite: regardless of how much “data” one collects, it’s not always possible to build a perfect theory. Taken together, these two results insure that there will never be an end to science, or surprises.”*

In het voorwoord en de inleiding van The Computational Beauty of Nature worden deze ideeën ook besproken, zij het in andere woorden.

2. Beschouw het kans-experiment waarin herhaaldelijk, zonder te stoppen, een munt wordt opgeworpen. Een realisatie van zo’n experiment is bijvoorbeeld

00100101110... (kop, kop, munt, kop, ...)

- i) De uitkomstenruimte is aftelbaar.
- ii) Het is zeker dat, bij vaak genoeg werpen, ooit munt zal vallen.

Welke uitspraken zijn waar?

- (a) i) en ii).
- (b) Alleen i)
- (c) Alleen ii)
- ✓ Geen enkele uitspraak is waar.

3. (Ant colony optimisation.) In mierenkolonie-optimalisatie worden in het algemeen drie parameters gebruikt, te weten α , β en ρ :

- $\alpha \in [0, 1]$: neiging om te exploreren, dat wil zeggen, de neiging van een individuele mier om, proportioneel naar aantrekkelijkheid van een weg, een willekeurige weg¹ in te slaan (0 niet, 1 altijd).
- $\beta \geq 0$: weging van weg-lengte t.o.v. feromoon in de bepaling van de aantrekkelijkheid van een weg (0 irrelevant, $\rightarrow \infty$ relevant).
- $\rho \in [0, 1]$: verdampings-snelheid van feromoon (0 niet, 1 instantaan). In feite is dit gewoon een leerfactor.

Beschrijf wat er gebeurt in de volgende situaties:

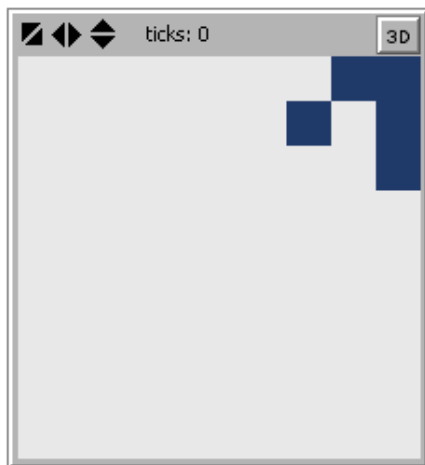
- A) α is laag. C) β is laag. E) ρ is laag.
- B) α is hoog. D) β is hoog. F) ρ is hoog.

- 1) Voorkeur voor globaal optimum (feromoon) i.p.v. lokaal optimum (kortste weg). Kleine variëteit aan routes.
- 2) Voorkeur voor lokaal optimum (kortste weg) i.p.v. globaal optimum (feromoon). Grote variëteit aan routes, ook in latere generaties.
- 3) Langzaam leren, maar uiteindelijk dicht bij optimum.
- 4) Snel leren, maar uiteindelijk sterke fluctuatie rond optimum.
- 5) Volatiliteit notie “optimale toer” is laag, i.e., de kwaliteit van toeren zal door de generaties heen langzaam veranderen.
- 6) Volatiliteit notie “optimale toer” is hoog.

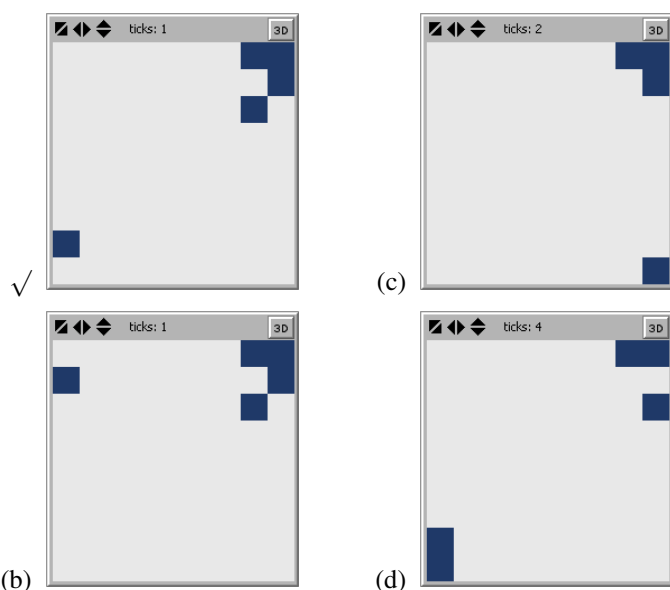
- (a) $A \Rightarrow 1), B \Rightarrow 2), C \Rightarrow 3), D \Rightarrow 4), E \Rightarrow 5), F \Rightarrow 6)$
- ✓ $A \Rightarrow 3), B \Rightarrow 4), C \Rightarrow 1), D \Rightarrow 2), E \Rightarrow 5), F \Rightarrow 6)$
- (c) $A \Rightarrow 3), B \Rightarrow 4), C \Rightarrow 5), D \Rightarrow 6), E \Rightarrow 1), F \Rightarrow 2)$
- (d) $A \Rightarrow 5), B \Rightarrow 6), C \Rightarrow 3), D \Rightarrow 4), E \Rightarrow 1), F \Rightarrow 2)$

4. Beschouw een 8×8 cellulaire automaat met regels volgens Conway’s game of life. De randen van het rooster in deze cellulaire automaat zijn met elkaar geïdentificeerd volgens de fles van Klein, waarbij in dit geval de linker- en rechterrاند van het rooster tegengesteld zijn georiënteerd.

¹ Onder een weg wordt een (bestaande) lijn van punt tot punt verstaan. Normaal wordt dit in grafentheorie een *kant* (Eng.: *edge*) genoemd.



Geef de configuratie van deze automaat na één iteratie. (Zowel aan de voor- als achterkant zijn cellen blauw gekleurd.)



★ De makkelijkste manier om het antwoord te berekenen is de volgende: ontwikkel één stap op de standaard torus. Het gedeelte van de glider dat aan de rechterkant van het bord is verdwenen en nu aan de linkerkant van het bord weer opduikt, wordt nu door de Klein-constructie gedraaid. Wentel daarom dit stuk veld 180 graden om de x -as (aangenomen dat de x -as van het veld in het midden zit). De bolletjes kom nu aan de achterkant te zitten. In 2D komt de overgang naar rechts neer op spiegelen in de x -as en van kleur veranderen.

5. We werken met Common Lisp. Evalueer de volgende s-expressies. Bij een foutmelding volstaat het "Error." op te schrijven.

- '(+ 1 (* 2 3))
- '(+ 1 '(* 2 3))
- (+ 1 (* 2 3))
- (+ 1 '(* 2 3))

- (a) Eerst (+ 1 (* 2 3)), dan 7, dan (+ 1 '(* 2 3)), dan Error.
- (b) Eerst (+ 1 (* 2 3)), dan 7, dan Error, dan (+ 1 '(* 2 3)).
- ✓ Eerst (+ 1 (* 2 3)), dan (+ 1 '(* 2 3)), dan 7, dan Error.
- (d) Eerst (+ 1 (* 2 3)), dan (+ 1 '(* 2 3)), dan Error, dan 7.

6. Hoeveel kruisingen zijn er mogelijk tussen

$$(if (< x 3) (if (< y 5) (rand) 3) z)$$

en zichzelf? Top-expressies mogen ook kruisen, en er mag ook op dezelfde plek gekruist worden. Verder mag worden aangenomen dat alle niet-Boolese termen hetzelfde type hebben.

- (a) 29
 (b) 54
 ✓ 85
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

★ Deze expressies bevat twee Boolese sub-expressies, en negen numerieke sub-expressies. (Een hoofd-expressie is ook een sub-expressie.) Elke Boolese expressie uit Ouder 1 kan kruisen met twee Boolese expressies uit Ouder 2. Kruisen op Boolese expressies geeft dus $2 \times 2 = 4$ mogelijkheden. Elke numerieke expressie uit Ouder 1 kan kruisen met negen numerieke expressies uit Ouder 2. Kruisen op numerieke expressies geeft dus $9^2 = 81$ mogelijkheden. In totaal geeft dit 85 mogelijkheden.

7. Beschouw een GA met populatiegrootte $n \geq 1$. De eerste generatie bestaat uit genotypen

$$G = \{g_1, \dots, g_n\}$$

met fitness respectievelijk $f_1 < f_2 < \dots < f_{n-1} < f_n$, waarbij $f_i \in [0, \infty)$. (Dus de fitness van g_1 is f_1 , de fitness van g_2 is f_2 , enz.) Een mating pool ter grootte n wordt gevuld door n keer toernooi-selectie op G toe te passen, telkens met toernooi-grootte $k \geq 1$.

Hoe groot is de kans dat bij het vullen van de mating pool g_i tenminste één keer in de mating pool wordt geplaatst?

- (a)
$$\begin{cases} \left(1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}\right)^n & \text{als } i \geq k, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$
- (b)
$$\begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}\right)^n & \text{als } i \geq k, \\ 1 & \text{anders.} \end{cases}$$
- (c)
$$\begin{cases} \left(1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}\right)^n & \text{als } i \geq k, \\ 1 & \text{anders.} \end{cases}$$
- ✓
$$\begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}\right)^n & \text{als } i \geq k, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

★ De vraag is dus: hoe groot is de kans dat g_i na n toernooien tenminste één keer in de mating pool wordt geplaatst?

Laat

$$G_i = g_i \text{ komt na één toernooi als winnaar uit de bus.}$$

We gaan eerst $P\{G_i\}$ berekenen. Er zijn $\binom{n}{k}$ mogelijke toernooien. Als $i < k$ dan wordt element g_i in geen enkel toernooi gekozen: de toernooi-groep bevat dan altijd wel een element met een hogere fitness. Als $i \geq k$ dan wordt element g_i in $1 \cdot \binom{i-1}{k-1}$ mogelijke toernooien gekozen: $1 \times$ kiezen voor g_i zelf, en dan kunnen de

resterende $k - 1$ elementen uit $i - 1$ genotypen met een lagere fitness worden gekozen. Dus

$$P\{G_i\} = \begin{cases} \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}} & \text{als } i \geq k, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

Dus

$$P\{\text{niet } G_i\} = \begin{cases} 1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}} & \text{als } i \geq k, \\ 1 & \text{anders.} \end{cases}$$

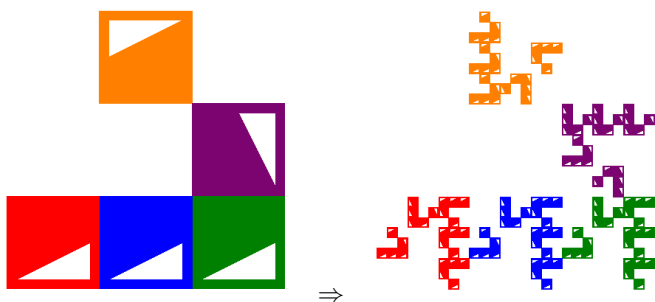
Dus

$$P\{n \times \text{niet } G_i\} = \begin{cases} \left(1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}\right)^n & \text{als } i \geq k, \\ 1 & \text{anders.} \end{cases}$$

Dus

$$P\{\text{ooit } G_i\} = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\binom{i-1}{k-1}}{\binom{n}{k}}\right)^n & \text{als } i \geq k, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

8. Nieuwe inzichten ontstaan door schijnbaar ongerelateerde zaken met elkaar te verbinden. Laten we een fractal maken van een glider in Conway's life:

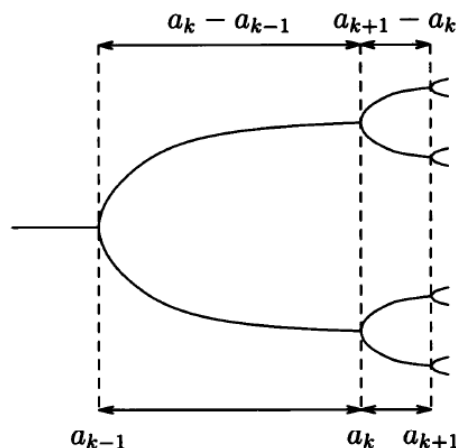


Deze fractal is gegenereerd door een IFS bestaande uit de volgende operaties.

- Vijf verkleiningen met factor 3, waarvan drie verkleiningen gevolgd worden door rotaties van 90^0 , één gevolgd door een rotatie van 180^0 en één gevolgd door een rotatie van 270^0 . Tenslotte worden alle beelden getransleerd over vectoren resp. $(1/3, 0)$, $(2/3, 0)$, $(1, 2/3)$, $(1/3, 1)$, en $(1, 0)$.
- Vijf verkleiningen met factor 3, waarvan drie verkleiningen gevolgd worden door rotaties van -90^0 , één gevolgd door een rotatie van -180^0 en één gevolgd door een rotatie van -270^0 . Tenslotte worden alle beelden getransleerd over vectoren resp. $(1/3, 0)$, $(2/3, 0)$, $(1, 2/3)$, $(1/3, 1)$, en $(1, 0)$.
- Vijf verkleiningen met factor 3, waarvan drie verkleiningen gevolgd worden door rotaties van 90^0 , één gevolgd door een rotatie van 180^0 en één gevolgd door een rotatie van 270^0 . Tenslotte worden alle beelden getransleerd over vectoren resp. $(1/3, 0)$, $(2/3, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 2/3)$, en $(1/3, 1)$.
- Vijf verkleiningen met factor 3, waarvan drie verkleiningen gevolgd worden door rotaties van -90^0 , één gevolgd door een rotatie van -180^0 en één gevolgd door een rotatie van -270^0 . Tenslotte worden alle beelden getransleerd over vectoren resp. $(1/3, 0)$, $(2/3, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 2/3)$, en $(1/3, 1)$.

★ De oorspronkelijke vraagstelling was anders ("waarvan twee verkleiningen gevolgd worden door") en (dus) fout. In de correctie van het oorspronkelijke tentamen is dit item daarom niet meegeteld.

9. Bekijk het bifurcatiediagram van de logistische afbeelding:



De limiet van de rij $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots$ waarbij

$$d_k = \frac{a_k - a_{k-1}}{a_{k+1} - a_k}$$

heeft een naam.

- De constante van Feigenbaum.
- De constante van Langton.
- De constante van Poincaré.
- De constante van Turing.

10. Het beeld van de logistische afbeelding $x \mapsto rx(1-x) \dots$

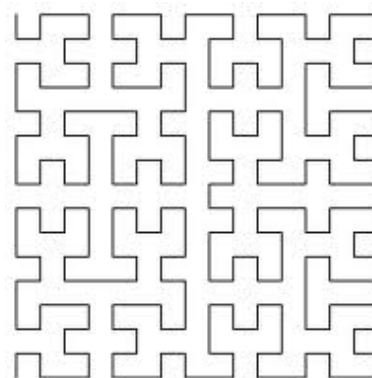
- ... ligt dicht in $[0, 1]$, voor een $r \in (0, 4]$.
- ... ligt dicht in $[0, 1]$, voor elke $r \in (0, 4]$.
- ... is chaotisch, voor een $r \in (0, 4]$.
- ... is chaotisch, voor elke $r \in (0, 4]$.

Welke van deze uitspraken zijn waar?

- i en ii .
- i en iii .
- ii en iv .
- Geen enkele.

★ Voor $r = 4$ is bekend dat het geïtereerde beeld van de logistische afbeelding $x \mapsto rx(1-x)$ chaotisch verloopt en dicht ligt in $[0, 1]$. Maar zeker niet voor alle r . Voor kleine r dicht bij nul convergeert het geïtereerde beeld snel naar één waarde.

11. De Hausdorff-dimensie van de vlakvullende Hilbert-curve waarvan hier



een iteratie getoond wordt is gelijk aan

- (a) 1
 (b) $(1 + \sqrt{5})/2$
 \checkmark 2
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

★

12. Iemand construeert op een rooster de volgende “cellulaire automaat”:

- Een toestand van een cel is een element uit \mathbb{Z} .
- Cellen veranderen één voor één van toestand.
- Bij het bepalen van een nieuwe toestand van een cel wordt gekeken of er een cel met dezelfde x - of y -coördinaat bestaat, waarvan de toestand een gelijk is aan de toestand van de oorspronkelijke cel.
 - Als dat zo is zal de toestand van de oorspronkelijke cel met 1 afnemen.
 - Anders zal de toestand van de oorspronkelijke cel met 1 toenemen.

Waarom is dit geen cellulaire automaat?

- (a) Een cel kan hier oneindig veel toestanden aannemen.
 (b) Cellen veranderen hier één voor één van toestand.
 \checkmark Toestand-overgangen worden hier door oneindige omgevingen bepaald.
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

★

13. Welke van de combinatorische optimalisatie-problemen is, als ja/nee-vraagstuk, **geen** NP-volledig probleem?

- (a) Job-shop scheduling.
 (b) Quadratic assignment problem.
 \checkmark Shortest path problem.
 (d) Travelling salesman problem.

★ Dijkstra’s originele kortste-pad algoritme loopt in een orde van $|V|^2$ stappen.

14. Welke van de hieronder geformuleerde methoden is **geen** selectiemethode in evolutionaire algoritmen?

- (a) Rank-based selection.
 \checkmark Replacement selection.
 (c) Tournament selection.
 (d) Truncated selection.

★ Replacement selection is geen bestaande selectiemethode. Wel kan er worden gesproken over replacement strategy, maar dat heeft betrekking op het vullen van de mating pool.

15. Bekijk de volgende twee functies:

$$f : [0, 5) \rightarrow [0, 5) : x \rightarrow x + e \pmod{5}$$

$$g : [0, 2\pi) \rightarrow [0, 2\pi) : x \rightarrow 3x \pmod{2\pi}$$

Bekijk de volgende uitspraken over functies:

- (i) De functie is quasi-periodiek.
 (ii) De functie is voor sommige startwaarden quasi-periodiek, en voor andere niet.
 (iii) De functie is niet quasi-periodiek.

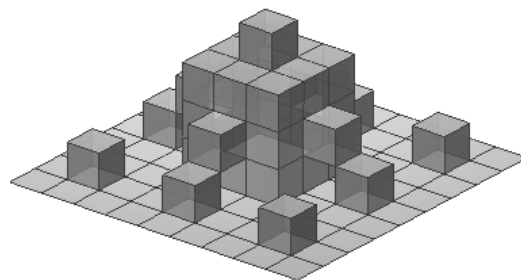
\checkmark Voor één functie geldt (15i), en voor de andere functie geldt (15ii)

(b) Voor één functie geldt (15i), en voor de andere functie geldt (15iii)

(c) Voor één functie geldt (15ii), en voor de andere functie geldt (15iii)

(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

16. De Hausdorff dimensie van de **volledig massieve** fractal waarvan hier



de 2e iteratie getoond wordt is gelijk aan

- (a) $\log 13 / \log 3$
 (b) $\log 13 / \log 9$
 (c) $\log 40 / \log 3$
 \checkmark $\log 40 / \log 9$

★ Er staat een grote kubus op een veld van 9×9 . Elke slag worden veertig kopieën gemaakt. De ribbe van elke kopie is negen keer zo klein. Zevenentwintig kubusjes passen in de originele kubus, acht komen er naast te staan, vier aan de zijkanten en één er bovenop. (Een variatie hierop is het kwadratische Koch-oppervlak. De laatste bezit dimensie $\log 13 / \log 3$.)

Toevoeging 8 juni 2015: het Koch-oppervlak is een oppervlak en hier hebben wij het over een massieve fractal, vandaar het verschil in dimensie. In latere werkcolleges bleek deze tentamen-vraag vanwege dit verschil toch te listig. We zullen hem daarom in deze vorm zeker niet meer zo stellen. Voor nu hebben we de frases “volledig massieve” en “oppervlak” maar vet gedrukt. (Dat was in de oorspronkelijke vraagstelling niet zo.)

17. In het voorwoord en in Hoofdstuk 1 van The Computational Beauty of Nature legt Flake uit dat er drie manieren om te begrijpen “hoe dingen werken”. Welke manieren zijn dat?

- (a) Systemen zien als één geheel (monisme); systemen zien als een stelsel van tegenwerkende krachten (dualisme); begrijpen van overgangen tussen monisme en dualisme.
 (b) Systemen begrijpen door ze te observeren (empirisme); systemen begrijpen door er over te redeneren (rationalisme); het combineren van deze twee: redeneren over observaties.
 \checkmark Begrijpen van de onderdelen (reductionisme); begrijpen van het geheel, zonder te letten op de onderdelen (holisme); begrijpen van interactiepatronen tussen onderdelen.
 (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

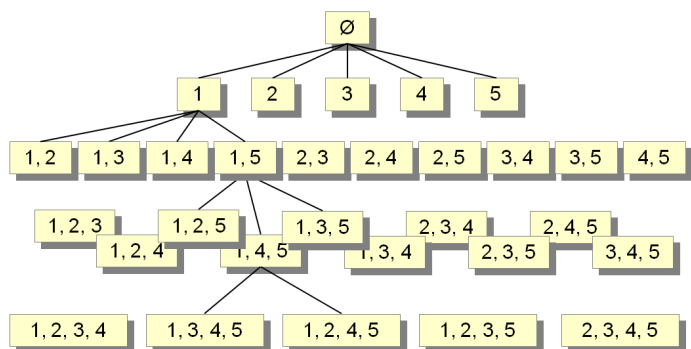
★ “In many ways, this whole debate is a prime example of the reductionism versus holism conflict. But both extremes seem to be missing something.”

Even verderop: “We can take a purely reductionist approach and attempt to understand things through dissection. We also can take a wider view and attempt to understand whole collections at once by observing how many agents, say the neurons in a brain, form a global pattern, such as human intelligence. Or we can take an intermediate view and focus attention on the interactions of agents. Through this middle path, the interactions of agents can be seen to form the glue that binds one level of understanding to the next level.”

18. Hoe termieten houtsnippers transporteren kan worden gesimuleerd met een n -vazen model.



In dit model bevatten n vazen aan het begin van een simulatie elk één knikker, waarna in het verloop van de simulatie knikkers uit vazen springen naar andere niet-lege vazen, totdat een eindtoestand bereikt wordt. Hieronder wordt een klassendiagramm getoond van dit proces met $n = 5$. We zeggen dat de simulatie stopt als ballen niet meer overspringen.



Bekijk de volgende uitspraken:

- Het proces zal uiteindelijk zeker stoppen.
- Het proces zal met kans 1 uiteindelijk stoppen.
- Het proces zal uiteindelijk zeker in een absorberende toestand terechtkomen.
- Het proces zal met kans 1 uiteindelijk in een absorberende toestand terechtkomen.

Welke van deze uitspraken zijn waar?

- Allemaal.
- Alleen uitspraken *i*) en *iii*).
- Alleen uitspraken *ii*) en *iv*).
- Het goede antwoord staat er niet bij.

19. Bekijk de volgende twee uitspraken.

- Chaos is een deterministisch proces.
 - Chaotisch gedrag is reproduceerbaar.
- ✓ Beide uitspraken zijn waar.
- Alleen uitspraak (19i) is waar.
 - Alleen uitspraak (19ii) is waar.
 - Beide uitspraken zijn onwaar.

20. Flake spreekt over drie verschillende attributen die de interactie tussen agenten zo interessant maakt. Welke attributen zijn dat?

- ✓ Parallellisme, recursie, en adaptatie.
- Onafhankelijkheid, representatie, en herkenning.
 - Inter-operabiliteit, representatie, en adaptatie.
 - Het goede antwoord staat er niet bij.

★ Parallellisme, recursie (incl. iteratie en feedback), en adaptatie (incl. leren en evolutie).

21. In een computersimulatie is het mogelijk de volgende toestanden te bereiken.

- ✓ Stabiliteit en periodiciteit.
- Stabiliteit, periodiciteit en quasi-periodiciteit.
 - Stabiliteit, periodiciteit en chaos.
 - Stabiliteit, periodiciteit, quasi-periodiciteit en chaos.

22. Bekijk de verzameling van alle inputloze Java-programma's die niet stoppen.

- Deze verzameling is aftelbaar.
- Deze verzameling is opsombaar.

Welke uitspraken zijn waar?

- i*) en *ii*).
- Alleen *i*).
- Alleen *ii*).
- Het goede antwoord staat er niet bij.

★ Deze verzameling is af te tellen: $a, b, \dots, z, aa, ab, \dots, az, ba, bb, \dots, bz, \dots, zz, aaa, aab, \dots$

Maar deze verzameling is niet opsombaar. Stel wel, dan zo het programma Q dat deze verzameling opsomt kunnen worden gebruikt om te beslissen of inputloze Java-programma's stoppen: stel P is een inputloos programma waarvan we willen beslissen of het stopt. Laat $R = P \parallel Q$ een semi-parallele uitvoering zijn van P en Q samen. (Eerst stapje van P , dan van Q , dan weer van P , enz.) R stopt gegarandeerd: als P stopt dan zal R stoppen, en als P niet stopt dan zal Q op een gegeven moment P hebben opgesomd, waarna we zekerheid hebben dat P niet stopt.

Q zou dus mogelijkheid geven tot het construeren van een programma R dat voor ieder willekeurig (Java-) programma kan bepalen of het stopt. Dit is in tegenspraak met de uitkomst Turing's stop-probleem, wat zegt dat zo'n programma R niet kan bestaan. En dus kan Q ook niet bestaan.

23. Het shaduwlemma voor chaotische systemen kan informeel als volgt worden geformuleerd:

- ✓ Alle berekende trajecten worden geschaduwd door reële trajecten.
- Sommige berekende trajecten worden geschaduwd door reële trajecten.
 - Alle reële trajecten worden geschaduwd door berekende trajecten.

(d) Sommige reële trajecten worden geschaduw door berekende trajecten.

moet de lengte van een codon minimaal zijn om alle grammaticaal geldige expressies te kunnen genereren?

24. Beschouw de volgende grammatica voor het genereren van rekenkundige expressies:

```
<expr> ::= ( - <expr> )
          | ( <expr> <op> <expr> )
          | <atom>
<op> ::= + | - | * | /
<atom> ::= <var> | <num>
<var> ::= a | b | c | d
<num> ::= 0 | 0.1 | 0.5 | 1
```

✓ Twee.

(b) Drie.

(c) Vier.

(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

★ Twee is net genoeg. Het maximaal aantal alternatieven is vier.

Als chromosomen nemen we bitstrings met lengte 12. Hoe groot

Einde van alle opgaven. Heb je je antwoorden gecontroleerd?
Collegekaart tonen tijdens inleveren. Opgaven mogen worden meegenomen.

Bedankt voor je deelname en een prettig weekeinde!