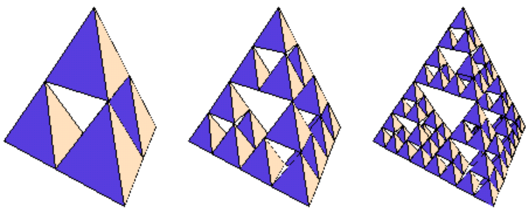
Dit tentamen duurt drie uur en telt 20 vragen. Het is verboden literatuur, aantekeningen, een programmeerbare rekenmachine, of een telefoon te gebruiken. Het gebruik van een standalone niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan.

Veel succes!

Meerkeuze vragen

Bij elke meerkeuzevraag is steeds precies één antwoord het juiste. Wel kunnen andere antwoorden "bijna juist" of "deels juist" zijn. Mochten er meerdere goede antwoorden zijn, dan geldt het beste antwoord. Omdat er verschillende versies van de opgaven bestaan, correspondeert de volgorde van de opgaven niet altijd met de volgorde van de stof zoals die behandeld is in de colleges. Per onderdeel kunnen twee punten worden verdient.

1. Van de Sierpinski tetraëder,



ook wel "tetrix" genoemd, zijn alle deel-tetraëders gevuld. De Hausdorff-dimensie van de limietconstructie is gelijk aan

(a) $log(2)/log(3)$
(b) $log(3)/log(2)$
(c) $log(2)/log(4)$
√ $log(4)/log(2)$

2. *i)* Elke zelf-similariteit is een contractie.
ii) Elke contractie is een lineaire afbeelding.

Welke beweringen zijn waar?

√ Alleen *i)*.
(b) Alleen *ii)*.
(c) Zowel *i)* als *ii)*.
(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

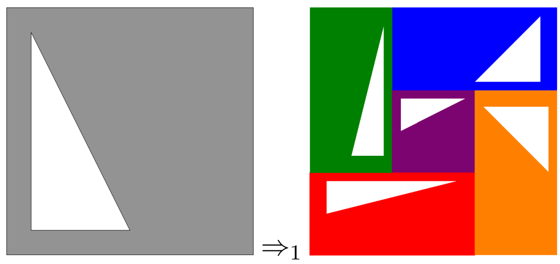
3. In Daisy world komen bij een relatief lage temperatuur alleen nog maar witte daisies voor. De temperatuur stijgt. Wat zal er gebeuren?

(a) Het aantal witte daisies zal toenemen totdat een temperatuur-evenwicht is bereikt. Vanaf dan is er een globaal evenwicht.
(b) Het aantal witte daisies zal afnemen totdat een temperatuur-evenwicht is bereikt. Vanaf dan is er een globaal evenwicht.
√ Het aantal witte daisies zal toenemen totdat een temperatuur-evenwicht is bereikt. Dit evenwicht is tijdelijk. Bij een te hoge temperatuur zullen de witte daisies uiteindelijk verdwijnen.
(d) Het aantal witte daisies zal afnemen totdat een temperatuur-evenwicht is bereikt. Dit evenwicht is tijdelijk. Bij een te hoge temperatuur zullen de witte daisies helemaal verdwijnen.

4. Wat wordt er in genetisch programmeren verstaan onder "bloat'?

√ Survival of the fattest.
(b) Het nadeel dat de fitness van de door evolutie gevonden programma's run-time getest moet worden.
(c) Het verschijnsel dat in inhomogene term-verzamelingen niet zo maar op iedere locatie kan worden gekruist.
(d) Het verschijnsel dat in de constructie van de initiële populatie individuen zg. "ramped half-and-half" moet plaatsvinden, wat relatief zeer tijdrovend is.

5. Beschouw het IFS waarvan de eerste iteratie met behulp van een gevuld ontwerp-polygoon gegeven is.



i) De fractale dimensie van dit IFS is 2.
ii) Dit IFS kan worden gebruikt om een vlakvullende kromme te genereren.

Welke beweringen zijn waar?

(a) Alleen *i)*.
(b) Alleen *ii)*.
√ Zowel *i)* als *ii)*.
(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

6. We evalueren de volgende twee s-expressies:

(a) `(eval '(+ 1  (* 2 3)))`
(b) `(eval  (+ 1 '(* 2 3)))`

Krijgen we dezelfde uitkomst?

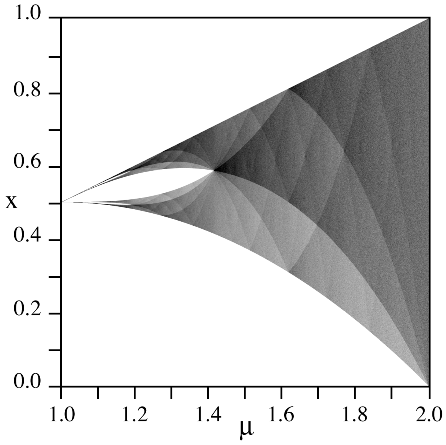
(a) Ja.

(b) Nee, (6a) geeft een run-time error.

√ Nee, (6b) geeft een run-time error.

(d) Nee, beide expressies evalueren naar verschillende waarden.

7. Wat stelt de volgende afbeelding voor?



(a) Een fase-diagram van de logistieke afbeelding.

(b) Een fase-diagram van de tent-afbeelding.

√ Een bifurcatie-diagram van de tent-afbeelding.

(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

8. Welke van de volgende eigenschappen wordt **niet** als nadeel van fitness-proportionele selectie genoemd?

i) Te snelle convergentie naar locale optima.

ii) Weinig selectiedruk als fitness-waarden dicht bij elkaar liggen.

iii) Verandering van selectiedruk bij eenvoudige uniforme veranderingen van de fitness functie.

iv) Intensieve berekening bij grote populaties.

(a) Eigenschap *i)*.

(b) Eigenschap *ii)*.

(c) Eigenschap *iii)*.

√ Het goede antwoord staat er niet bij.

9. Geef het aantal mogelijke kruisingen van `(IF (NOT (wall-ahead)) (move) (turn))` en `(IF (NOT (food-ahead)) (right) (eat))`.

(a) 9

(b) 10

√ 13

(d) 16

★ Expressie 1: twee tests, drie instructies; expressie 2: twee tests, drie instructies. In totaal $2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$ mogelijke kruisingen.

Dit item is komen te vervallen omdat in de oorspronkelijke vraagstelling de binnenste condities werden opgegeven als constanten (bv. `wall-ahead`) i.p.v. functies (bv. `(wall-ahead))`. Met constanten is het antwoord ook 13, maar in dit geval is uit de syntax niet eenduidig af te lezen dat het om constanten gaat.

10. De baan, O, van de logistieke vergelijking $x \mapsto rx(1-x)$ is voor $r = 4$ asymptotisch ergodisch. Wat betekent dat?

(a) O bereikt elk punt in het eenheidsinterval.

√ O komt, na het bezoeken van een punt, later nog een keer willekeurig dicht langs dat punt.

(c) O komt willekeurig dicht in de buurt van elk punt in het bereik.

(d) O is een probabilistisch ergodisch proces met $y = 1$ als asymptoot.

11. Wat is het verschil tussen genen en memen in computationele evolutie?

(a) Memen ("multiple encoding messages") kunnen, in tegenstelling tot genen, meerdere allelen op één codon kwijt .

(b) Memen staan toe dat uiteinden worden geïdentificeerd ("aan elkaar geplakt"), waardoor er cyclisch kan worden gekruist.

√ Het gebruik van kunstmatige genen is geïnspireerd op biologische evolutie, terwijl het gebruik van memen geïnspireerd is op culturele evolutie.

(d) Het gebruik van kunstmatige genen is geïnspireerd op biologische evolutie, terwijl het gebruik van memen geïnspireerd is op economische marktwerking.

12. Hoe termieten houtsnippers transporteren kan worden gesimuleerd met een n-vazen model.

In dit model bevatten n vazen aan het begin van een simulatie elk één knikker, waarna in het verloop van de simulatie knikkers uit vazen springen naar andere niet-lege vazen, totdat een eindtoestand bereikt wordt. Een *toestand* is een verdeling van knikkers over vazen. Voor de volledigheid zij vermeld dat r knikkers in het algemeen op

$$\binom{n+r-1}{r-1}$$

manieren kunnen worden verdeeld over n vazen. Beschouw de volgende beweringen:

i) Het n-vazen model kan in

$$\binom{2n-1}{n-1}$$

toestanden verkeren.

ii) Een aantal van n toestanden is absorberend.

iii) Het n-vazen model bestaat uit $2^n - 1$ klassen.

iv) Een aantal van n klassen is recurrent.

v) Een aantal van $2^n - 1 - n$ klassen is transient (i.e., is doorgangsklasse).

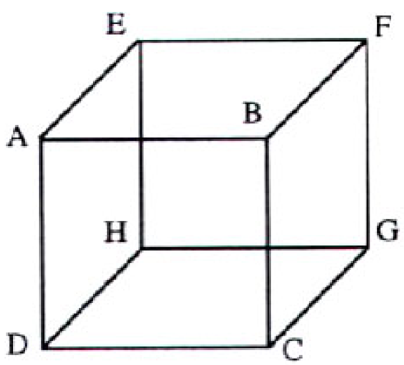
(a) Eén bewering uit deze lijst klopt niet.

(b) Twee beweringen uit deze lijst kloppen niet.

(c) Drie beweringen uit deze lijst kloppen niet.

√ Het goede antwoord staat er niet bij.

13. De 3D versie van Netlogo staat op dit moment niet toe dat zijvlakken ook echt de ruimte begrenzen. Met andere woorden: in de 3D versie van Netlogo is het op dit moment alleen maar mogelijk beweging door de zijvlakken heen te “wrappen”. Op dit moment is zijvlak-identificatie (het aan elkaar plakken van zijvlakken) in Netlogo 3D gedaan op een rechttoe-rechtaan manier.



Dat wil zeggen: voorvlak ABCD is geïdentificeerd met achtervlak EFGH, linkervlak AEHD is geïdentificeerd met rechtervlak BFGC en bodem DHGC is geïdentificeerd met plafond AEFB. (Dus als een figuur door het plafond heen schiet verschijnt het weer uit de grond.)

Net zoals in 2D kunnen de zijvlakken ook op andere manieren worden geïdentificeerd. Op deze manier zouden we 3D analogiën krijgen van de fles van Klein en het projectieve vlak, met overeenkomstig gedrag van turtles (spiegeling, binnenstebuiten keren, het bewandelen van beide oppervlakken). Als we aannemen dat alleen tegenovergestelde vlakken van de Netlogo kubusruimte met elkaar mogen worden geïdentificeerd , op hoeveel verschillende manieren zou dat dan kunnen?

(a) 3^4

√ 4^3

(c)

$$\binom{6}{2\ 2\ 2}^4$$

(d)

$$4^{\binom{6}{2\ 2\ 2}}$$

14. Flocking vindt plaats wanneer bijvoorbeeld vogels zich groepsgewijs voortbewegen. Er zijn parallellen te trekken met het gedrag van scholen vissen en het kuddegedrag van landdieren. Op het college zijn verschillende computationele modellen van flocking besproken. Sturingselementen hierin zijn: separation (Flake: avoidance), cohesion (Flake: center), alignment (Flake: copy) en obstacle avoidance (Flake: view).

Het is ook mogelijk flocking toe te passen op stilstaande groepen. Welk sturingselement kan dan vaak zonder al te veel problemen worden weggelaten?

(a) Separation (Flake: avoidance).

(b) Cohesion (Flake: center).

√ Alignment (Flake: copy).

(d) Avoidance (Flake: view).

★ Avoidance kan nog steeds nodig zijn bij het ontwijken van obstakels, bijvoorbeeld als een individu wordt weggeduwd.

15. Beschouw de volgende grammatica voor het genereren van rekenkundige expressies:

```
<expr> ::= ( - <expr> )
         | ( <expr> <op> <expr> )
         | <atom>
  <op> ::= + | - | * | /
```

```
<atom> ::= <var> | <num>
 <var> ::= a | b | c | d
 <num> ::= 0 | 0.1 | 0.5 | 1
```

Als chromosomen nemen we bitstrings met lengte 12. Hoe groot moet de lengte van een codon minimaal zijn om alle grammaticaal geldige expressies te kunnen genereren?

√ Twee.
(b) Drie.
(c) Vier.
(d) Het goede antwoord staat er niet bij.

★ Twee is net genoeg. Het maximaal aantal alternatieven is vier.

16. We gebruiken de gegevens in Vraag 15 en nemen aan dat codons een vastgestelde lengte 4 bezitten. Geef de minimale waarde van $maxwrap$ om de bitstring "0001 0010" een expressie zonder non-terminals te laten produceren.

(a) Nul.
(b) Eén.
(c) Twee.
√ Meer dan twee.

★ Drie wraps: 1: e 0 e; 2: a o e; 1: n o e; 2: 0.5 o e; 1: 0.5 - e; 2: 0.5 - a; 1: 0.5 - n; 2: 0.5 - 0.5.

Einde van de meerkeuzevragen.

Open vragen

Elk antwoord op een open vraag dient te zijn voorzien van een uitwerking, berekening, of motivatie. Per onderdeel kunnen twee punten worden verdient.

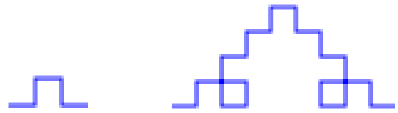
1. Gegeven is het Lindenmayer-systeem

$$\ell : F \to F + F - F - F + F,$$

met startsymbool F. De $+$ en $-$ staan voor hoeken van respectievelijk 90^0 en -90^0.

(a) Teken de nulde, eerste en tweede iteratie van ℓ. Geef bij elke tekening de bijbehorende genererende string (bestaande uit F-en, $+$-en en $-$-en, en met gebruik van vierkante haakjes waar nodig). ★ Eerste iteratie (linkerfiguur): $F + F - F - F + F$. Tweede iteratie (rechterfiguur):

$$\begin{aligned} &F+F-F-F+F \quad + \quad F+F-F-F+F \\ - \quad &F+F-F-F+F \quad - \quad F+F-F-F+F \\ &\qquad\qquad + \quad F+F-F-F+F. \end{aligned}$$



(b) Uit hoeveel stappen en rotaties bestaat het figuur uit de n^e iteratie? ★ Bij elke iteratie wordt één stap *vervangen* voor vijf stappen:

$$s_{n+1} = 5s_n.$$

Omdat $s_0 = 1$ volgt meteen: $s_n = 5^n$. Bij elke iteratie komen er, per stap, vier rotaties *bij*:

$$\begin{aligned} r_{n+1} &= r_n + 4s_n \\ &= r_n + 4 \cdot 5^n. \end{aligned} \tag{1}$$

Ook uit de laatste vergelijking is het moeilijk een directe expressie voor r_n te destilleren. Een andere manier om r_n te bepalen is om naar de figuur te kijken: elke stap word gevolgd door een rotatie, behalve de laatste stap. Er volgt

$$r_n = 5^n - 1$$

voor $n \geq 0$. Invullen in (1) toont aan dat dit juist is. Het antwoord is dus

$$s_n + r_n = 5^n + 5^n - 1 = 2 \cdot 5^n - 1.$$

2. Bij mierenkolonie-optimalisatie staat mier m op stad A. Vanuit A lopen er wegen naar B, C en D met lengte respectievelijk 4, 5 en 6. Op de wegen naar B, C en D ligt feromoon met een hoeveelheid van respectievelijk 3, 2 en 1. De mier m heeft stad B al bezocht.

(a) Bepaal de aantrekkelijkheid van de wegen AB, AC en AD als $\beta = 2$. ★

$$\text{aantrekkelijkheid}(i, j) = m(i, j) \left(\frac{1}{d(i, j)} \right)^{\beta}.$$

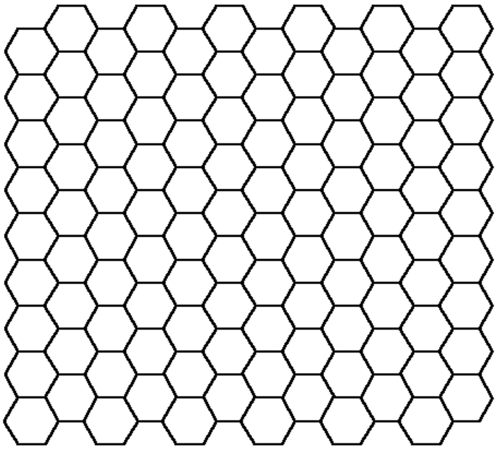
Dus $3/16$, $2/25$, $1/36$. Ook goed is 0, $2/25$, $1/36$.

(b) Geef de naam van de stad die m bij exploitatie zal kiezen. Motiveer! ★ Stad C omdat $2/25 > 1/36$ en stad B niet in aanmerking komt.

(c) Geef de kans dat m naar D zal wandelen bij exploratie. ★

$$\frac{1/36}{2/25 + 1/36} = \frac{25}{97} \approx 0.26.$$

3. Beschouw een cellulaire automaat met hexagonale cellen in het onbegrensde platte vlak, waarbij elke cel eindig veel verschillende toestanden kan aannemen. Een *configuratie* is een beschrijving waarbij de toestand van elke cel gespecificeerd wordt.



   (a) Beargumenteer dat in elke aftelbaar oneindige rij van configuraties oneindig vaak dezelfde configuratie terugkomt. Toon in ieder geval het volgende aan:
   - De verzamelingen cellen van de eerder gegeven CA is aftelbaar oneindig.
   - De eerste cel in de aftelling onder 3a) neemt oneindig vaak dezelfde toestand aan.
   - De eerste twee cellen in de aftelling onder 3a) neemt samen oneindig vaak hetzelfde paar toestanden aan.

   (b) Bovenstaande stelling geldt niet meer als tenminste één cel oneindig veel verschillende toestanden kan aannemen.

   Geef een tegenvoorbeeld waaruit dat blijkt. I.e., geef een cellulaire automaat met hexagonale cellen in het onbegrensde platte vlak, en een rij van configuraties voor die automaat, zó dat geen enkele configuratie in de gegeven rij oneindig vaak terugkomt. ★ Laat c een cel zijn die oneindig veel verschillende toestanden $s_1, s_2, \dots$ kan aannemen. Definieer een rij configuraties $c_1, c_2, \dots$, zó dat c in configuratie c_i toestand s_i aanneemt. De toestand van de overige cellen doet er niet toe en kan willekeurig gekozen worden. Dus $c_i \neq c_j$ als $i \neq j$. Dus komt geen enkele c_i configuratie meer dan één voor.

4. Beschouw een populatie van N individuen, elk met een fitness die ongelijk is aan de fitness van elk ander individu in de populatie. We ordenen de individuen naar oplopende fitness, en spreken zo over individu nr. 1 (individu met de laagste fitness) tot en met individu nr. N (individu met de hoogste fitness).

   (a) Bereken de kans dat individu k, met $1 \leq k \leq N$, bij één toernooi met groepsgrootte $1 \leq m \leq N$, wordt geselecteerd voor competitie. ★ Laat F de gebeurtenis zijn dat individu k bij één toernooi wordt geselecteerd voor competitie. Er geldt

$$P\{F^c\} = \frac{N-1}{N}\frac{N-2}{N-1}\cdots\frac{N-m}{N-m+1} = \frac{N-m}{N}$$

   zodat

$$P\{F\} = \frac{m}{N}.$$

   (b) Bereken de kans dat individu k, met $1 \leq k \leq N$, bij toernooi-selectie met dezelfde groepsgrootte m, terechtkomt in de mating pool. ★ Laat E de gebeurtenis zijn dat individu k in één toernooi wint. Dan

$$P\{E\} = P\{E|F\}P\{F\} \; + \; P\{E|F^c\}P\{F^c\}$$

   Uiteraard geldt $P\{E|F^c\} = 0$. We hoeven dus alleen nog $P\{E|F\}$ uit te rekenen. Dit is de kans dat, als we $m-1$ keer een overig individu uit de populatie minus individu k trekken, dit getrokken individu minder fit dan k zelf is. We vinden

$$P\{E|F\} = \frac{k-1}{N-1}\frac{k-2}{N-2}\cdots\frac{k-m+1}{N-m+1}.$$

   Merk op dat als $m > k$ (en we dus gegarandeerd een ander element fitter dan k trekken) dit product en dus de kans vanzelf nul wordt.

   Samen

$$P\{E\} = \frac{k-1}{N-1}\frac{k-2}{N-2}\cdots\frac{k-m+1}{N-m+1}\cdot\frac{m}{N} + 0\cdot P\{F^c\}$$

   De kans dat individu k tenminste één keer een toernooi wint en terechtkomt in de mating pool is dus

$$\begin{aligned} & 1-(1-P\{E\})^N \\ &= 1-\left(1-\frac{m(k-1)(k-2)\cdots(k-m+1)}{N(N-1)(N-2)\cdots(N-m+1)}\right)^N \\ &= 1-\left(1-\frac{m}{k}\prod_{i=0}^{m-1}\frac{k-i}{N-i}\right)^N . \end{aligned}$$

Einde van de open vragen.

Einde van alle opgaven. Heb je je antwoorden gecontroleerd? Heb je de somnummers van de open vragen duidelijk gemarkeerd/omcirkeld op je uitwerkvel? Bedankt voor je deelname en een prettig weekeinde.