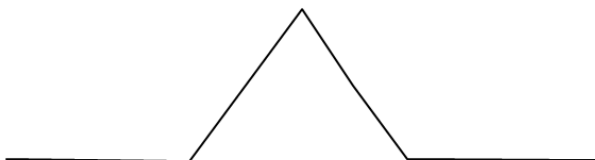


Welkom. Dit tentamen duurt 2 uur en telt 32 vragen. Bij elke vraag is steeds precies één antwoord het juiste. Wel kunnen andere antwoorden “bijna juist” of “deels juist” zijn. Mochten er meerdere goede antwoorden zijn, dan geldt het beste antwoord. Omdat er verschillende versies van de opgaven bestaan, correspondeert de volgorde van de opgaven niet altijd met de volgorde van de stof zoals die behandeld is in de colleges.

Veel succes!

1. De Koch curve, waarvan hieronder het begin getoond wordt,



kan worden gegenereerd met de volgende Lindenmayer formule:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Axioma: } F \\ \text{Productieregel:} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{F \rightarrow F + F - - F + F}$$

$$(b) F \rightarrow F - - F + F$$

$$(c) F \rightarrow F + F - F + F$$

$$(d) F \rightarrow F + + F - F + + F$$

2. De fractale dimensie van de Koch curve is gelijk aan

$$(a) \log 2 / \log 3$$

$$(b) \log 3 / \log 2$$

$$\sqrt{\log 4 / \log 3}$$

$$(d) \log 3 / \log 4$$

Multipliciteit 4, verkleining 3.

3. Welke van de hieronder gegeven termen zijn alternatieve aanduidingen voor de term iterated function system?

i) Iterated non-linear fractal.

ii) Multiple reduction copy machine.

iii) Set of linear contractions.

iv) Recursive function system.

$$(a) (i) \text{ en } (ii).$$

$$\sqrt{(ii) \text{ en } (iii)}.$$

$$(c) (iii) \text{ en } (iv).$$

$$(d) \text{ Het goede antwoord staat er niet bij.}$$

4. Beschouw de volgende *incorrecte* definitie van een contractie:

Een contractie is een afbeelding f van een metrische ruimte X naar zichzelf, zodanig dat voor elk tweetal elementen $x, y \in X$ geldt dat $d(fx, fy) < d(x, y)$.

Deze definitie is incorrect om de volgende reden:

(a) Een contractie is een *lineaire* afbeelding.

(b) Het “<”-teken in $d(fx, fy) < d(x, y)$ moet worden vervangen door een “ \leq ”-teken.

$\sqrt{\text{Er is nog een extra constante nodig.}}$

(d) Om een andere reden.

5. De Mandelbrot fractal kan worden verkregen door de volgende vraag te beantwoorden:

$\sqrt{\text{Voor welke waarden van } c \text{ convergeert de iteratie van } z^2 + c \text{ in het complexe vlak?}}$

(b) Voor welke waarden van c convergeert de iteratie van $2^z + c$ in het complexe vlak?

(c) Voor welke waarden van z convergeert de iteratie van $z^2 + c$ in het complexe vlak?

(d) Voor welke waarden van z convergeert de iteratie van $2^z + c$ in het complexe vlak?

Antwoord (c) definieert de Julia fractal.

6. De kleuren in de Mandelbrot fractal kunnen worden gegenereerd door de volgende methode.

(a) Meet de afstand tot $(2, 0)$ na, zeg, 50 iteraties.

(b) Meet de afstand tot de eenheidscirkel na, zeg, 50 iteraties.

(c) Tel het aantal iteraties voordat je buiten de eenheids-cirkel komt.

$\sqrt{\text{Tel het aantal iteraties voordat je verder dan twee van de oorsprong af komt.}}$

7. In een computersimulatie is het mogelijk de volgende toestanden te bereiken.

$\sqrt{\text{Stabiliteit en periodiciteit.}}$

(b) Stabiliteit, periodiciteit en quasi-periodiciteit.

(c) Stabiliteit, periodiciteit en chaos.

(d) Stabiliteit, periodiciteit, quasi-periodiciteit en chaos.

8. Bekijk de volgende twee uitspraken.

(i) Chaos is een deterministisch proces.

(ii) Chaotisch gedrag is reproduceerbaar.

$\sqrt{\text{Beide uitspraken zijn waar.}}$

(b) Alleen uitspraak (8i) is waar.

(c) Alleen uitspraak (8ii) is waar.

(d) Beide uitspraken zijn onwaar.

9. Het aantal verschillende omgevingen van een 1-dimensionale cellulaire automaat met radius R en aantal toestanden K is gelijk aan:

$$(a) K^{2R}, \text{ i.e., } K^{(2R)}$$

$$(b) (2R)^K$$

$$\sqrt{K^{2R+1}, \text{ i.e., } K^{(2R+1)}}$$

$$(d) (2R+1)^K$$

10. Reynolds (1987) formuleert drie imperatieven voor flocking. Gary Flake (1999) formuleert er vier:

i) Move away from nearby neighbours that are too close, so as to reduce the chance of collisions.

ii) Fly in the direction to which nearby neighbours are heading.

iii) Minimise exposure to the flock's exterior by moving toward the perceived center of nearby neighbours.

iv) Move away from view-blocking nearby neighbours.

Welke regel is door Flake later toegevoegd?

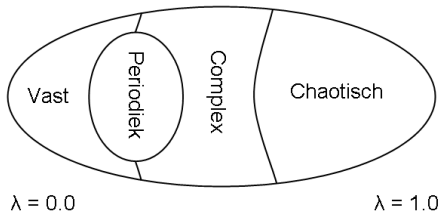
- (a) *i*.
 (b) *ii*.
 (c) *iii*.
 ✓ *iv*.

11. Het aantal verschillende regels van een 1-dimensionale cellulaire automaat met radius R en aantal toestanden K is gelijk aan:

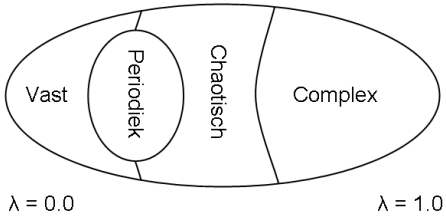
- (a) $K^{K^{2R}}$, i.e., $K^{\wedge}(K^{\wedge}(2R))$
 (b) $(2R)^{K^{2R}}$, i.e., $(2R)^{\wedge}(K^{\wedge}(2R))$
 ✓ $K^{K^{(2R+1)}}$, i.e., $K^{\wedge}(K^{\wedge}(2R+1))$
 (d) $(2R+1)^{K^{(2R+1)}}$, i.e., $(2R+1)^{\wedge}(K^{\wedge}(2R+1))$

12. Langton's λ -parameter deelt de regelruimte van 1-dimensionale cellulaire automaten op in verschillende gebieden. Een schematische representatie van die gebieden is de volgende:

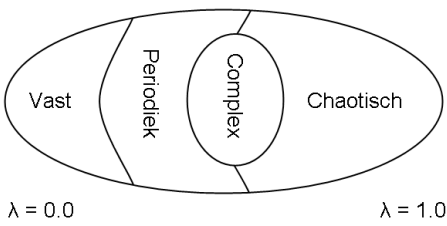
(a) Figuur 1:



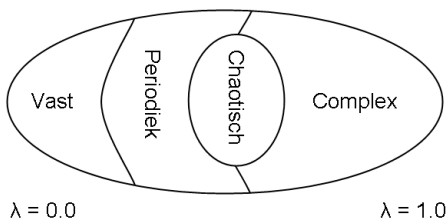
(b) Figuur 2:



✓ Figuur 3:



(d) Figuur 4:



13. Beschouw de logistische map f met startwaarde $x_0 = 0.2$ en $r = 4.0$ (Flake: $r = 1.0$). Slechts één van de volgende beweringen is waar. Welke bewering is dat?

- ✓ Voor elke $p \in [0, 1]$ en $\epsilon > 0$ is er een $n > 0$, zó dat $|f^n(x_0) - p| \leq \epsilon$.

- (b) Voor elke $p \in [0, 1]$ is er een $\epsilon \geq 0$ en een $n > 0$, zó dat $|f^n(x_0) - p| \leq \epsilon$.
 (c) Er zijn een $p \in [0, 1]$ en $\epsilon > 0$, zó dat voor elke $n > 0$ geldt dat $|f^n(x_0) - p| > \epsilon$.
 (d) Er is een $p \in [0, 1]$, zó dat voor elke $\epsilon > 0$ er een $n > 0$ is, zó dat $|f^n(x_0) - p| \leq \epsilon$.

14. Welke van de volgende beweringen over proportionele selectie (fitness proportionate selection) zijn waar?

- (i) FPS is invariant onder optellen.
 (ii) FPS is invariant onder vermenigvuldigen.
 (iii) Er is een gevaar van voortijdige convergentie als fitte individuen dankzij FPS te vroeg en te vaak geselecteerd worden.
 (iv) Bij FPS bestaat het gevaar dat fitnesswaarden te dicht bij elkaar gaan liggen, waardoor de selectiedruk wegvalt.

Welke beweringen zijn waar?

- (a) Bewering (14i) en (14ii).
 (b) Bewering (14ii) en (14iii).
 (c) Bewering (14iii) en (14iv).
 ✓ Een andere combinatie van beweringen is waar.

De enige onware bewering is (14ii).

15. Welke van de volgende beweringen over toernooi-selectie zijn waar?

- (i) De toernooi-grootte kan in principe vrij gekozen worden, tussen nul en de populatiegrootte.
 (ii) Toernooi-selectie is lastiger te implementeren dan FPS.
 (iii) Toernooi-selectie is inefficiënter (rekenintensiever) dan FPS.
 (iv) De gebruikelijke toernooi-grootte ligt tussen de twee en drie.

- (a) Bewering (15i) en (15ii).
 (b) Bewering (15ii) en (15iii).
 (c) Bewering (15i) en (15iv).

✓ Een andere combinatie van beweringen is waar.

Alleen (15iv) is waar.

16. Gegeven een populatie oplossings-algoritmen A , een populatie probleem-instanties B , en een fitness-tabel

$$F = \begin{matrix} & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & 2 & 1 & -2 \\ b_2 & 1 & -2 & 1 \\ b_3 & 0 & 1 & -1 \end{matrix}$$

voor A op B . Geef het Pareto-front voor A t.o.v. F .

- (a) $\{a_1\}$
 ✓ $\{a_1, a_2\}$
 (c) $\{a_1, a_3\}$
 (d) $\{a_2, a_3\}$

De enige dominantie-relatie is die tussen a_1 en a_3 , waarbij a_3 gedomineerd wordt door a_1 . (Immers, a_1 presteert beter op alle problemen dan a_3 , en presteert op twee problemen strict beter, nl. op b_1 en b_3 . Dus a_1 en a_2 worden niet gedomineerd, en vormen dus samen het Pareto front.

17. De s-expressie E is gelijk aan

$$(/ (\text{SQRT} (+ 4 (- X 5))) (- Y (- W))).$$

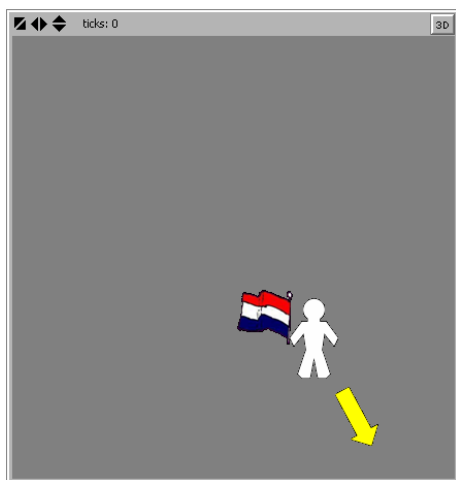
Hoeveel kruisingen van E met zichzelf zijn er mogelijk zonder E weer terug te krijgen?

- (a) 30
- (b) 90
- ✓ 110
- (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

De s-expressie

$(/ (\text{SQRT} (+ 4 (- X 5))) (- Y (- W)))$ bezit 11 sub-expressies. (Vijf lijsten, waarvan één top-expressie, en vijf bladeren.) bij twee ouders is elke sub-expressie is een mogelijk punt van kruising. Deze punten moeten wel verschillend zijn. Bij Ouder 1 zijn er dus 11 keuzes, en bij Ouder 2 zijn er dan nog maar $11 - 1 = 10$ keuzes. Dat geeft 110 mogelijke kruisingen.

18. In een (zogenaamd) nieuwe versie van Netlogo is het mogelijk de randen met elkaar te identificeren volgens de Möbiusband. We vinken de volgende vakjes aan in de Settings dialoog: "world does not wrap horizontally" en "world wraps vertically according to the Möbius strip".



In het figuur zie je een ventje naar (voor ons) rechtsonder lopen met een vlag (voor ons) links in zijn hand. Op een gegeven moment duikt dit ventje boven weer op.

- ✓ Hij loopt dan naar linksonder met het vlaggetje rechts in zijn hand.
- (b) Hij loopt dan naar rechtsonder met het vlaggetje rechts in zijn hand.
- (c) Hij loopt dan naar linksonder met het vlaggetje links in zijn hand.
- (d) Hij loopt dan naar rechtsonder met het vlaggetje links in zijn hand.

Eigenlijk bevindt het mannetje zich ook nog aan de andere kant van het oppervlak en kijken we hem op zijn rug.

19. Bekijk de volgende twee functies:

$$f : [0, 5) \rightarrow [0, 5) : x \rightarrow x + e \pmod{5}$$

$$g : [0, 2\pi) \rightarrow [0, 2\pi) : x \rightarrow 3x \pmod{2\pi}$$

Bekijk de volgende uitspraken over functies:

- (i) De functie is quasi-periodiek.
- (ii) De functie is voor sommige startwaarden quasi-periodiek, en voor andere niet.
- (iii) De functie is niet quasi-periodiek.
- ✓ Voor één functie geldt (19i), en voor de andere functie geldt (19ii)
- (b) Voor één functie geldt (19i), en voor de andere functie geldt (19iii)
- (c) Voor één functie geldt (19ii), en voor de andere functie geldt (19iii)
- (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

20. Het shaduwlemma voor chaotische systemen kan informeel als volgt worden geformuleerd:

- ✓ Alle berekende trajecten worden geschaduwd door reële trajecten.
- (b) Sommige berekende trajecten worden geschaduwd door reële trajecten.
- (c) Alle reële trajecten worden geschaduwd door berekende trajecten.
- (d) Sommige reële trajecten worden geschaduwd door berekende trajecten.

21. Hier staan een aantal voorwaarden voor recombinatie op genotypen.

- (i) Allelen moeten in dezelfde volgorde blijven staan.
- (ii) Allelen mogen niet herhaald worden.
- (iii) Elk genotype dient te beginnen met hetzelfde allel.

Aan welke voorwaarden dient een standaard GA-implementatie van het handelsreizigerprobleem te voldoen?

- (a) Aan (21i) en (21ii).
- (b) Aan (21ii) en (21iii).
- (c) Aan (21i) en (21iii).
- ✓ Het goede antwoord staat er niet bij.

(21i): onjuist. De uitdaging is juist om de allelen zo te ordenen dat de kortste route wordt gelopen. (21ii): juist. Steden moeten precies één keer bezocht worden.

(21iii): onjuist. Dat een toer moet beginnen en eindigen in dezelfde stad legt daarmee de begin- en eindstad nog niet vast.

22. Geef het aantal mogelijke kruisingen van $(\text{IF} (\text{food-ahead}) (\text{right}) (\text{left}))$ en $(\text{IF} (\text{NOT food-ahead}) (\text{right}) (\text{move}))$.

- (a) 4
- (b) 9
- ✓ 10
- (d) 16

23. In de ontwikkeling van een algoritme voor GP is er de keuze tussen twee sets van logische operatoren:

- (i) $\{\neg, \wedge\}$
- (ii) $\{\neg, \wedge, \rightarrow, \vee, \equiv\}$

Welke van de twee ga je gebruiken, en waarom? Neem in overweging dat de logische operatoren \neg en \wedge volstaan om elke proposities-logische bewering uit te drukken.

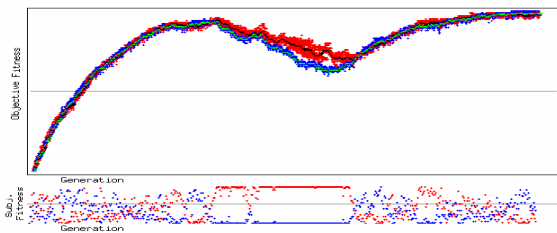
- (a) Verz. (23i) is beter geschikt dan verzameling (23ii), omdat Verz. (23i) minder operatoren bevat.
- (b) Verz. (23i) is beter geschikt dan verzameling (23ii), omdat Verz. (23i) logisch compleet is.
- ✓ Verz. (23ii) is beter geschikt dan verzameling (23i), omdat Verz. (23ii) een grotere variëteit aan operatoren bevat.
- (d) Beide verzamelingen zijn even geschikt.

24. Naast reproductie, mutatie en recombinatie spreekt (de groep van) John Koza nog over een vierde genetische operator, namelijk een wijziging in de architectuur (an *architecture-altering operation*). Hiermee wordt het volgende bedoeld.

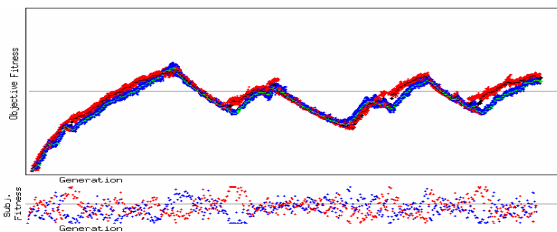
- (a) Structurele wijzigingen in de programmatuur waarmee GP-elementen worden gemanipuleerd, bv. een besluit om LISP lijsten anders te representeren (bv. als dubbel-gelinkte lijst met sentinel).
- ✓ Structurele wijzigingen in de basiselementen van GP bouwstenen, bv. een wijziging van het aantal functie-argumenten van een specifieke functie.
- (c) Essentiële wijzigen in de experimentele opzet van GP sessies, met name waar het de instelling van experiment-specifieke parameters betreft.
- (d) Essentiële wijzigen in de programmatuur waarmee GP-elementen worden gemanipuleerd, bv de omschakeling naar een andere GP omgeving (Eng.: “environment” of “testbed”).

25. De volgende grafieken zijn een weerslag van enkele typische verschijnselen in co-evolutie.

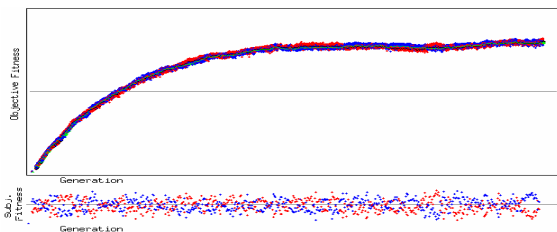
(i) Grafiek 1:



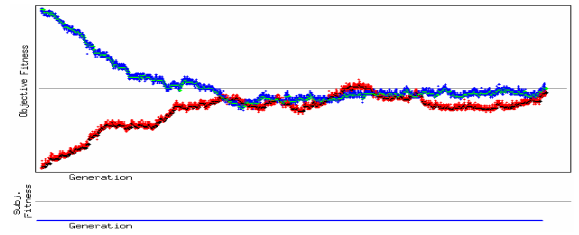
(ii) Grafiek 2:



(iii) Grafiek 3:



(iv) Grafiek 4:



Deze grafieken kunnen achtereenvolgens als volgt worden geduid:

- (a) Relativisme, genivelleerde tegenstand, geen selectiedruk, over-specialisatie.
- ✓ Genivelleerde tegenstand, relativisme, over-specialisatie, geen selectiedruk.
- (c) Genivelleerde tegenstand, geen selectiedruk, relativisme, over-specialisatie.
- (d) Het goede antwoord staat er niet bij.

26. Gegeven zijn twee populaties A en B met absolute fitness

$A :$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
Fitness :	3	3	8	1	1	1	3	5	6	3
$B :$	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}
Fitness :	3	5	2	7	2	1	6	9	4	4

Geef $f(a_9, \{b_7, b_8, b_9\})$.

- (a) 0
- ✓ 1
- (c) 2
- (d) 3

27. Populaties als in (26). Veronderstel de relatieve fitness van a_1, \dots, a_{10} gelijk aan resp. 2, 1, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 2 en 1 met steekproef-grootte gelijk aan drie. Geef de genormeerde relatieve fitness van a_9 .

- ✓ 2/3
- (b) 2/10
- (c) 2/12
- (d) Deze kan niet berekend worden (vanwege delen door nul).

28. Populaties als in (26). Geef de genormaliseerde relatieve fitness van a_9 .

- (a) 2/3
- (b) 2/10
- ✓ 2/12
- (d) Deze kan niet berekend worden (delen door nul mag niet).

29. Het principe van de Rode Koningin behelst het volgende.

- (a) Bij een fitness-proportionele selectie dient in ieder geval het meest fitte individu meegenomen te worden naar de volgende generatie.
- ✓ In co-evolutie moeten individuen blijven verbeteren om fit te blijven.
- (c) In mierenkolonie-optimalisatie is het voordelig bepaalde acties centraal te laten coördineren door een mier met extra kennis, bv. variabelen die de tot dan toe kortste route bijhouden. Het is nutteloos als alle mieren dit doen.
- (d) Exploratie op feromoon wordt bepaald door de laatste winnaar.

De red queen hypothese stelt dat elke verbetering die een soort door evolutie (mutatie gevolgd door natuurlijke selectie) ontwikkelt, nieuw voordeel voor die soort ten opzichte van andere soorten oplevert (men zegt dat de soort zijn fitness vergroot). Hierdoor is de soort in staat een groter deel van de beschikbare reserves op te eisen. De andere soorten zullen hierop moeten reageren door zelf ook te verbeteren. Als een soort niet snel genoeg mee-evolueert dreigt uitsterving.

Het bekendste voorbeeld van het effect is de wapenwedloop tussen predators en prooi. Als de prooi zich door evolutie beter leert verdedigen, zal de predator gedwongen zijn een betere aanval te ontwikkelen. Als konijnen sneller leren rennen, zullen vossen ook harder moeten leren rennen om aan voedsel te komen.

30. Hieronder worden een aantal varianten van de Gaia theorie genoemd. Welke variant bestaat niet, of werd in ieder geval niet in de context van het college besproken?

- (a) Co-evolutionaire Gaia: er is een feedback loop tussen leven en de atmosfeer.
- (b) Geofysiologische Gaia: de aarde is deel van de levenscyclus.
- ✓ Positivistische Gaia: de feedback loop tussen leven en de atmosfeer is (slechts...) een (nuttig!) model.
- (d) Homeostatische, of Teleologische, Gaia: leven stuurt de atmosfeer middels een feedback loop.

31. Een variant van de Lotka-Volterra vergelijking is de Lotka-Volterra vergelijking met intraspecifieke competitie:

$$\begin{cases} dx/dt = x(a - ex - by) \\ dy/dt = y(-c + dx - fy) \end{cases} \quad (1)$$

Alle variabelen x , y en constanten a , b , ... zijn groter dan of gelijk aan nul. T.o.v. standaard Lotka-Volterra zijn de termen ex en fy nieuw. Zij drukken de negatieve invloed op de eigen populatiegrootte uit. Geef het aantal stabiele punten van dit stelsel vergelijkingen.

- (a) Nul: een negatieve invloed van eigen populatiegrootte resulteert in uitsterving.

(b) Twee: $(0, 0)$ en de oplossing (x, y) van het stelsel

$$\begin{cases} ex + by = -a \\ dx - fy = c \end{cases}$$

(c) Twee of minder: dat hangt van de constanten af.

✓ Het goede antwoord staat er niet bij.

Als $a = b = c = d = e = f = 0$ is er geen dynamiek en is elk punt in R^2 stabiel.

32. Beschouw de volgende bewering

“Het handelsreizigerprobleem kan worden opgelost met mierenkolonie-optimalisatie.”

- (a) Deze bewering is waar, immers het is bewezen dat mierenkolonie-optimalisatie PAC-compleet is.
- (b) Deze bewering is waar. Het aantal mogelijke oplossingen is immers begrensd. Alle mogelijkheden worden doorlopen, zodat op een gegeven moment het algoritme de optimale route moet vinden.
- (c) Deze bewering is onwaar. Mierenkolonie-optimalisatie kan alleen maar worden gebruikt om een oplossing te *benaderen*. Het is immers onbekend of het optimalisatiealgoritme op enig moment al een goede oplossing heeft gevonden.
- ✓ Deze bewering is onwaar. Mierenkolonie-optimalisatie kan alleen maar worden gebruikt om een oplossing te *benaderen*. Het is mogelijk dat een benadering een oplossing blijkt te zijn. In zo'n geval kan er worden gestopt.

Het handelsreizigerprobleem is een ja/nee vraag, bv. “kan een toer korter dan 100KM worden gevonden?”. Op enig moment kan zo'n toer worden gevonden en kan er worden gestopt.

Deze opgaven mogen worden meegenomen. Op de vaksite verschijnen vandaag de antwoorden.