Inleveropgave 1: berekenbaarheid, fractals, en Langton's ant

- De sommen zijn ge-ordend van makkelijk naar moeilijk, met de toevoeging dat "moeilijkheid" een subjectief begrip is.
- Als iets waar is, leg dan zo kort mogelijk uit waarom. Als iets niet waar is, geef dan een zo eenvoudig mogelijk tegenvoorbeeld.
- Hou je aan "Regeling toetsen" op de cursussite.
- Deze opdracht werd gepubliceerd op za 20 feb 09.00. Antwoorden intypen op blackboard vanaf di 23 feb 23.59, deadline do 25 feb 23.59.
- Succes!

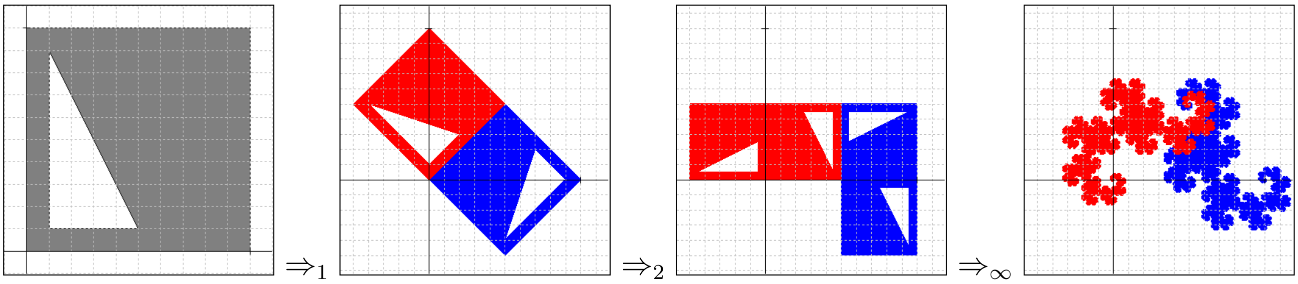

Fig. 1: Een IFS.

1. (5pt) Beargumenteer dat elke berekenbare functie kan worden geïmplementeerd door aftelbaar oneindig veel verschillende programma's.
2. (5pt) Een Turmite is Turing-volledig. Waar of niet waar? (Ik zou zeggen: zie Wiki.)
3. (5pt) Elke eindige string uit het alfabet $\{L, R\}$ geeft een andere versie van Langton's ant. Waar of niet waar: alle ants ontsnappen uit elke eindige rechthoek.
4. (12pt) Fig. 1 geeft de ontwikkeling van een IFS weer. (Zoals gebruikelijk is een driehoek uitgesneden om de oriëntatie van de beelden weer te geven.) Beschrijf het IFS in woorden als samenstellingen van lineaire afbeeldingen, en geef de functievoorschriften. Geef ook de dimensie van de voortgebrachte fractal.
5. (10pt) Twee IFSen met samenvallende beelden van het eenheidsvierkant brengen dezelfde fractal voort. Waar of niet waar?

   Toelichting: met "samenvallende beelden" wordt het volgende bedoeld: Als IFS1 opereert ("wordt losgelaten") op het eenheidsvierkant dan geeft dit een beeld. IFS2 geeft zo ook een beeld. Deze beelden kunnen hetzelfde zijn.
6. (10pt) Laat zien dat semi-beslisbaarheid op hetzelfde neerkomt als opsombaarheid.

   Aanwijzingen:

   - Begin met de definities er op na te slaan.
   - De makkelijkste kant is van opsombaar naar semi-beslisbaar. "Stel $j/0$ somt X op. We kunnen dan een programma $j'/1$ schrijven dat precies alle elementen uit X herkent, als volgt."
   - Omgekeerd begin je zo: "Stel, $j/1$ herkent X. We kunnen dan een programma $j'/0$ schrijven dat precies alle elementen uit X opsomt, als volgt.' Hint: laat j' $\mathbb{N}$ opsommen en de berekening van $j(n)$ starten als n verschijnt in de opsomming.

Einde opgave.