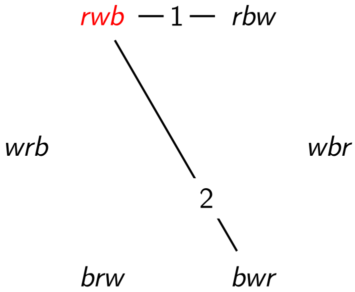
Example: cards

rwb —1— *rbw*

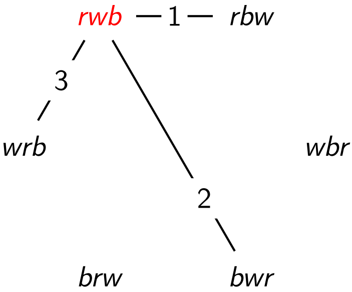
wrb *wbr*

brw *bwr*

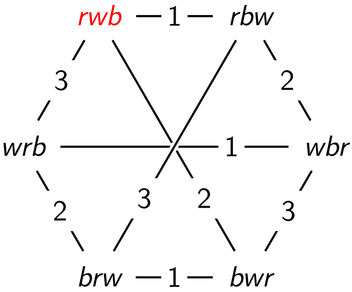
Example: cards



Example: cards



Example: cards

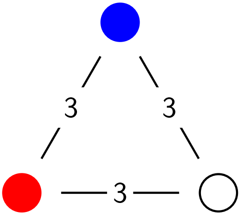


Action models

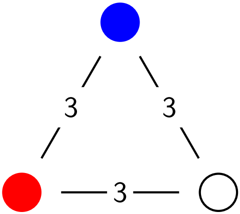
An action model M is a structure $\langle \mathsf{S}, \sim, \mathsf{pre} \rangle$

- S is a *finite* domain of action points or events
- $\sim_a$ is an equivalence relation on S
- $\mathsf{pre} : \mathsf{S} \rightarrow \mathcal{L}$ is a preconditions function that assigns a precondition to each $\mathsf{s} \in \mathsf{S}$.

Example: showing a card

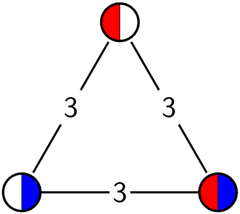


Example: showing a card

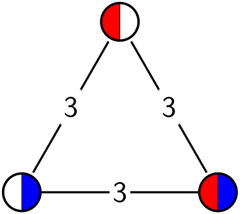


- $\mathsf{S} = \{\mathsf{r}, \mathsf{w}, \mathsf{b}\}$
- $\sim_1 = \{(\mathsf{s}, \mathsf{s}) \mid \mathsf{s} \in \mathsf{S}\}$
- $\sim_2 = \{(\mathsf{s}, \mathsf{s}) \mid \mathsf{s} \in \mathsf{S}\}$
- $\sim_3 = \mathsf{S} \times \mathsf{S}$
- $\mathsf{pre}(\mathsf{r}) = r_1$
- $\mathsf{pre}(\mathsf{w}) = w_1$
- $\mathsf{pre}(\mathsf{b}) = b_1$

Example: whispering



Example: whispering



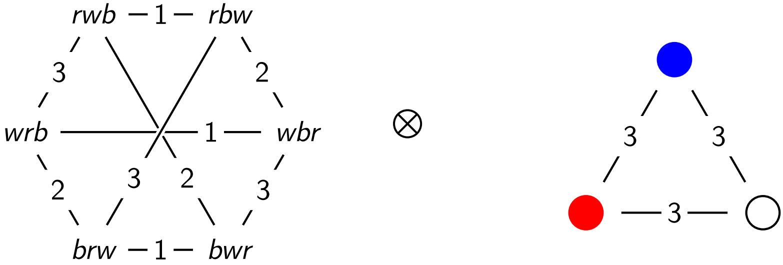
- $S = \{r, w, b\}$
- $\sim_1 = \{(s, s) \mid s \in S$
- $\sim_2 = \{(s, s) \mid s \in S$
- $\sim_3 = S \times S$
- $\mathrm{pre}(r) = \neg r_1$
- $\mathrm{pre}(w) = \neg w_1$
- $\mathrm{pre}(b) = \neg b_1$

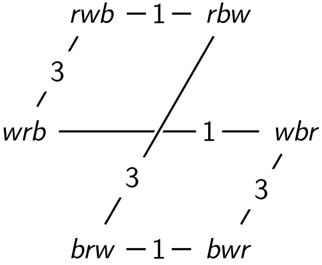
Product update

Given are an epistemic state (M, s) with $M = \langle S, \sim, V \rangle$ and an action model (M, s) with $\mathsf{M} = \langle \mathsf{S}, \sim, \mathsf{pre} \rangle$. The result of executing (M, s) in (M, s) is $M', (s, \mathsf{s})$ where $M' = \langle S', \sim', V' \rangle$

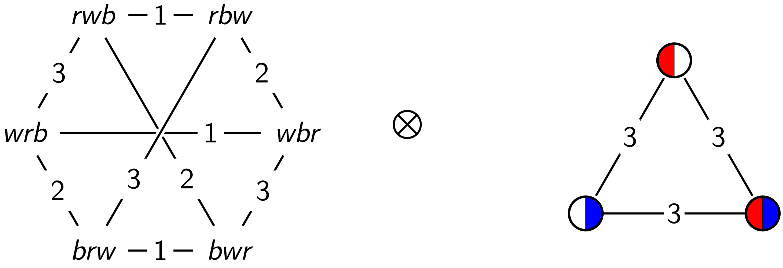
- $S' = \{(s, \mathsf{s}) \mid s \in S, \ \in \mathsf{S}, \text{ and } \ M, s \models \mathsf{pre}(\mathsf{s})\}$
- $(s, \mathsf{s}) \sim'_a (t, \mathsf{t})$ iff $s \sim_a t$ and $\mathsf{s} \sim_a \mathsf{t}$
- $(s, \mathsf{s}) \in V'_p$ iff $s \in V_p$

In a picture: showing a card

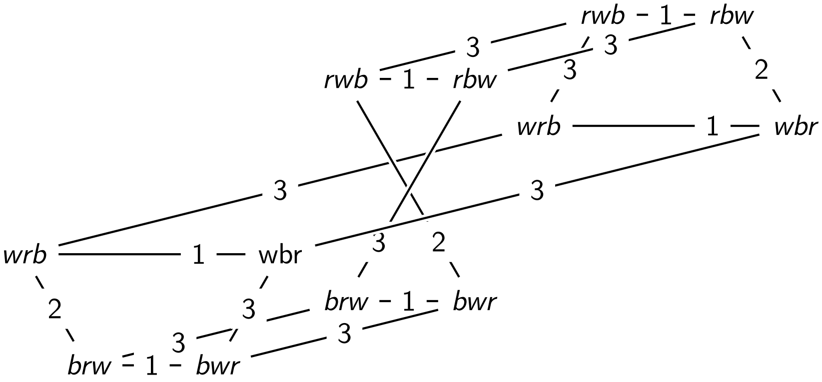




In a picture: whispering



In a picture: whispering



Language

$$\varphi \quad ::= \quad p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \varphi) \mid K_a\varphi \mid C_B\varphi \mid [\mathsf{M}, \mathsf{s}]\varphi$$

Semantics

$$
\begin{array}{lll}
M, s \models p & \text{iff} & s \in V_p \\
M, s \models \neg\varphi & \text{iff} & M, s \not\models \varphi \\
M, s \models \varphi \wedge \psi & \text{iff} & M, s \models \varphi \text{ and } M, s \models \psi \\
M, s \models K_a\varphi & \text{iff} & \text{for all } s' \in S : s \sim_a s' \text{ implies } M, s' \models \varphi \\
M, s \models C_B\varphi & \text{iff} & \text{for all } s' \in S : s \sim_B^* s' \text{ implies } M, s' \models \varphi \\
M, s \models [\mathsf{M}, \mathsf{s}]\varphi & \text{iff} & \text{if } M, s \models \mathsf{pre}(\mathsf{s}), \text{ then } M \otimes \mathsf{M}, (s, \mathsf{s}) \models \varphi
\end{array}
$$

Syntax and semantics

- Are syntax and semantic clearly separated?

Syntax and semantics

- Are syntax and semantic clearly separated?
- Yes!

Axiomatization

$[\mathsf{M},\mathsf{s}]p \leftrightarrow (\mathsf{pre}(\mathsf{s}) \rightarrow p)$
$[\mathsf{M},\mathsf{s}]\neg\varphi \leftrightarrow (\mathsf{pre}(\mathsf{s}) \rightarrow \neg[\mathsf{M},\mathsf{s}]\varphi)$
$[\mathsf{M},\mathsf{s}](\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow ([\mathsf{M},\mathsf{s}]\varphi \wedge [\mathsf{M},\mathsf{s}]\psi)$
$[\mathsf{M},\mathsf{s}]K_a\varphi \leftrightarrow (\mathsf{pre}(\mathsf{s}) \rightarrow \bigwedge_{\mathsf{s}\sim_a\mathsf{t}} K_a[\mathsf{M},\mathsf{t}]\varphi)$
$[\mathsf{M},\mathsf{s}][\mathsf{M}',\mathsf{s}']\varphi \leftrightarrow [(\mathsf{M},\mathsf{s});(\mathsf{M}',\mathsf{s}')]\varphi$
$[\alpha \cup \alpha']\varphi \leftrightarrow ([\alpha]\varphi \wedge [\alpha']\varphi)$
From φ, infer $[\mathsf{M},\mathsf{s}]\varphi$
Let (M,s) be an action model and let a set of formulas χ_t for every t such that $\mathsf{s} \sim_B \mathsf{t}$ be given. From $\chi_\mathsf{t} \rightarrow [\mathsf{M},\mathsf{t}]\varphi$ and $(\chi_\mathsf{t} \wedge \mathsf{pre}(\mathsf{t})) \rightarrow K_a\chi_\mathsf{u}$ for every $\mathsf{t} \in \mathsf{S}$ such that $\mathsf{s} \sim_B \mathsf{t}$, $a \in B$ and $\mathsf{t} \sim_a \mathsf{u}$, infer $\chi_\mathsf{s} \rightarrow [\mathsf{M},\mathsf{s}]C_B\varphi$.

Axiomatization

$[\varphi]p \leftrightarrow (\varphi \rightarrow p)$
$[\varphi]\neg\psi \leftrightarrow (\varphi \rightarrow \neg[\varphi]\psi)$
$[\varphi](\psi \wedge \chi) \leftrightarrow ([\varphi]\psi \wedge [\varphi]\chi)$
$[\varphi]K_a\psi \leftrightarrow (\varphi \rightarrow K_a[\varphi]\psi)$
$[\varphi][\psi]\chi \leftrightarrow [\varphi \wedge [\varphi]\psi]\chi$
From φ, infer $[\psi]\varphi$
From $\chi \rightarrow [\varphi]\psi$ and $\chi \wedge \varphi \rightarrow E_B\chi$, infer $\chi \rightarrow [\varphi]C_B\psi$